Электрический серый ящик

Задача Е2. [ВсОШ 2020/21, заключительный этап, 11 класс, практический тур, задача Е2] «Электрический серый ящик». Вам выдан «серый ящик», электрическая схема которого частично известна (рис. 1). Сопротивление резистора $R = (1{,}00 \pm 0{,}05)$ Ом. Цвета выводов «серого ящика» соответствуют подписям на схеме. На местах пяти кружочков располагаются пять элементов: две одинаковые (в пределах погрешности производства) лампочки накаливания, два одинаковых резистора сопротивлением $r = (52 \pm 1)$ Ом каждый и светодиод. На месте каждого кружочка располагается ровно один элемент. Лампочки и светодиод выведены наружу, и вы можете видеть, когда и как ярко они светятся.

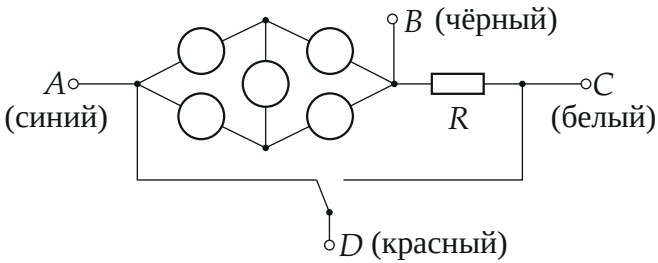

Рис. 1. Схема «серого ящика»: выводы A (синий), B (чёрный), C (белый), D (красный).

С помощью предложенного оборудования:

1. Исследуйте зависимость $I(U)$ (вольтамперную характеристику (ВАХ)) участка AB (не менее 12 точек в прямом и 12 точек в обратном направлении). Нарисуйте схему измерений. Постройте график $I(U)$.
2. Определите схему расположения элементов в сером ящике. Нарисуйте схему с указанием цвета проводов, положения элементов и направления включения диода. Аргументируйте предложенный вариант.
3. Определите мощность лампочки накаливания при напряжении на ней 3,0 В.

4. Определите вольтамперную характеристику лампочки. Опишите метод определения ВАХ лампочки, постройте график.

Погрешность оценивать не нужно! ВАЖНО! В начале работы обязательно укажите номера выданных вам серого ящика и источника тока. Мультиметр можно использовать только в режимах вольтметра или омметра. Регулируемый источник разрешается подключать только к белому и синему выводам. В случае порчи источника или серого ящика из-за короткого замыкания оборудование не заменяется. Извлекать батарейки из держателя запрещается. Новые батарейки выдаваться не будут. Регулируемый источник работает в штатном режиме только при его подключении к выводам A (синий) и C (белый). Вы не сможете убедиться в его работоспособности, отключив его от схемы и подключив к нему напрямую вольтметр. Вы можете использовать для подключения источника только его красный и чёрный провода. Любые другие способы подключения к источнику или его элементам категорически запрещаются.

Оборудование: «серый ящик», регулируемый источник тока, мультиметр (можно использовать только как вольтметр или омметр), две колодки для соединения проводов, два кусочка чёрной пластиковой трубки. Миллиметровая бумага формата А4 может использоваться только для построения графиков.

▲ **Решение. Что происходит.** Пять кружочков образуют мостовую схему между выводами A и B: от A идут два плеча к верхнему и нижнему узлам, от них два плеча к B, а пятый элемент включён в диагональ между узлами. Последовательно с мостом стоит эталонный резистор $R = 1{,}00$ Ом: так как мультиметр разрешено использовать только как вольтметр, ток измеряем как напряжение на этом резисторе. Главные идеи две. Первая: лампа накаливания нелинейна — чем больше ток, тем горячее нить и больше сопротивление, поэтому ВАХ лампы и моста изгибается вниз, а на диагонали возникает разность потенциалов, которой хватает, чтобы зажечь светодиод только при одной полярности. Вторая: при обратной полярности светодиод заперт, мост превращается в два одинаковых параллельных плеча «лампа + резистор», и по измеренным U_{AB} и I можно найти и мощность, и ВАХ самой лампы. Класс задач — ВАХ нелинейного участка и косвенные измерения с шунтом.

Обозначения. U — напряжение на мосте между A и B (его показывает вольтметр), I — ток через мост (он же ток через R), U_R — напряжение на R. Лампа: ток $I_л$, напряжение $U_л$, сопротивление $R_л = U_л/I_л$. Резистор плеча $r = 52$ Ом. Красный вывод D на схеме соединён перемычкой с узлом A, поэтому в измерениях он не нужен: источник подключаем только к A и C (синий и белый), вольтметр — к A, B и C.

Значения в таблицах — расчётный пример: условие не содержит результатов измерений, поэтому числа получены по модели (лампа с холодным сопротивлением 3 Ом и нитью, нагревающейся примерно до 2000 К, мощность 0,30 Вт при 3,0 В; красный светодиод с порогом около 1,8 В). У настоящего ящика показания свои, а схемы, формулы и порядок действий те же.

Пункт 1. ВАХ участка AB.

1. Схема измерений. Источник подключаем к A и C (рисунок 2). Ток источника целиком проходит через мост и R (вывод B к источнику не подключён, ток в вольтметр ничтожен). Поэтому достаточно двух показаний вольтметра при одном и том же положении регулятора: $U = U_{AB}$ на мосте и $U_R = U_{BC}$ на резисторе; тогда $I = U_R/R$. Вольтметр рассчитан на сопротивление порядка мегаом, а сопротивление моста десятки ом, поэтому вольтметр режим моста не меняет. Напряжение берём именно на AB, а не на AC: R в напряжение участка не входит.

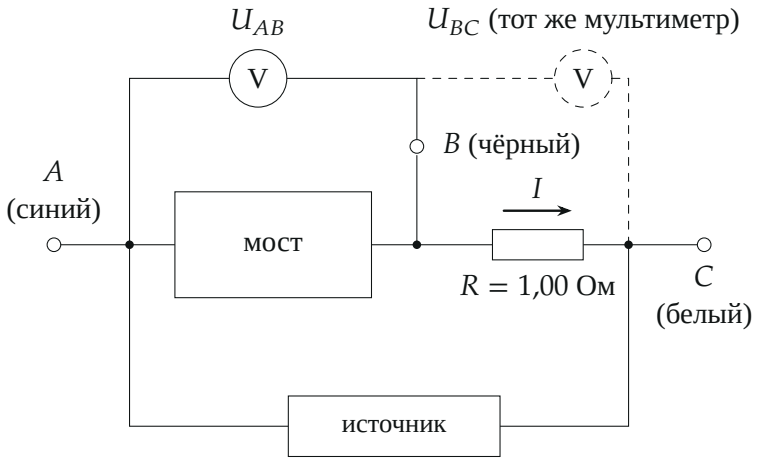

Рис. 2. Схема измерений: источник на A и C, вольтметр на AB (сплошной) и после переноса на R (пунктир). Для обратного направления меняем местами провода источника.

2. Порядок измерений. Двигаем регулятор так, чтобы U шло шагами не больше 1 В от значения ниже 4 В до значения выше 9 В (12 точек, у меня шаг 0,85 В), в каждой точке записываем U_{AB} и U_{BC}, затем переносим вольтметр и считаем $I = U_{BC}/R$. Перед отсчётом даём секунду-две на разогрев нити. Затем меняем местами провода источника на A и C и повторяем (обратное направление): значения напряжения и тока будем брать по модулю. В прямом направлении, когда плюс на A, зажигается и светодиод. Расчётный пример:

U, В	I_+, мА	I_-, мА	U, В	I_+, мА	I_-, мА
0,85	29,3	29,3	5,95	156,5	156,1
1,70	54,9	54,9	6,80	173,3	173,2
2,55	78,0	78,0	7,65	189,5	189,7
3,40	99,5	99,3	8,50	205,2	205,5
4,25	119,8	119,3	9,35	220,4	220,9
5,10	138,7	138,1	10,20	235,3	235,7

Здесь I_+ — ток при плюсе на A, I_- — при минусе на A.

3. График. Строим $I(U)$ по обеим полярностям (рисунок 3): для обратного направления точки откладываем в третьей четверти, $U < 0$, $I < 0$. Точки в двух направлениях почти совпадают (различие меньше процента), кривая гладкая, нечётная и выпуклая вверх: ток растёт медленнее, чем напряжение, потому что нагревающаяся нить увеличивает сопротивление; наклон графика, то есть $1/R_{\text{диф}}$, убывает с ростом тока.

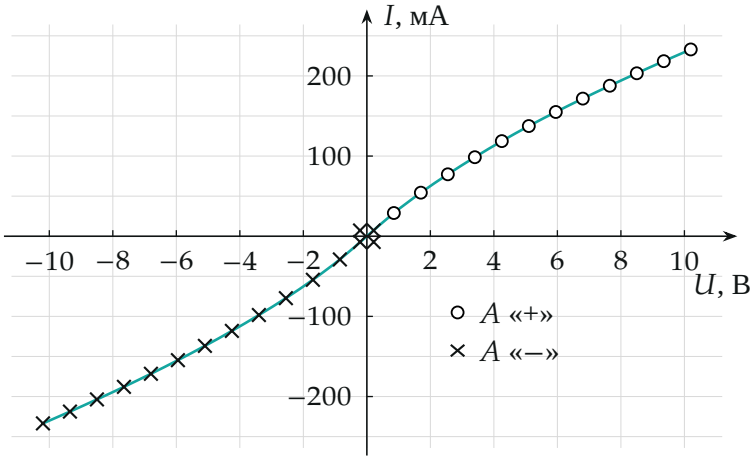

Рис. 3. ВАХ участка AB (расчётный пример): кружки — плюс на A (светодиод горит), крестики — минус на A (светодиод погашен).

Пункт 2. Схема расположения элементов.

4. Что видно и как это читается. При обеих полярностях две лампы горят одинаково, светодиод горит только когда плюс на A (в расчётном примере — начиная с напряжения около 3–4 В, ярче всего около 7 В, дальше до 10 В заметно тускнеет). Резисторы не светятся и не греются заметно. Поэтому по самим кружкам находим: лампы, светодиод и, по остаткам, два резистора. Проверим на согласованность схемой, которая должна давать все наблюдаемые особенности.

5. Какая схема даёт эти особенности. Рассмотрим положения ламп; светодиод пока оставим в диагонали, а лампы — в плечах.

- Обе лампы в плечах у одного вывода (A или B). Мост симметричен относительно диагонали, потенциалы её концов равны, и светодиод не загорелся бы ни при какой полярности. Не подходит.
- Обе лампы в одной ветви (последовательно, сверху или снизу). Омметр на AB дал бы около $(2 \cdot 3) \parallel (2 \cdot 52) \approx 5{,}7$ Ом, а не около 27 Ом (см. ниже). Не подходит.
- Лампы в противоположных плечах — одна от A к верхнему узлу, другая от нижнего узла к B; два резистора в двух остальных плечах. Подходит.

Светодиод в плече вместо диагонали не годится: ток через него рос бы с напряжением на мосте монотонно, а наблюдается максимум яркости и спад. Итак, светодиод — в диагонали (центральный кружок), лампы — по диагонали друг против друга, резисторы — по другой диагонали (рисунок 4). Если в вашем ящике лампы стоят в зеркальной паре (левая нижняя и правая верхняя), схема отражается зеркально, ничего не меняется.

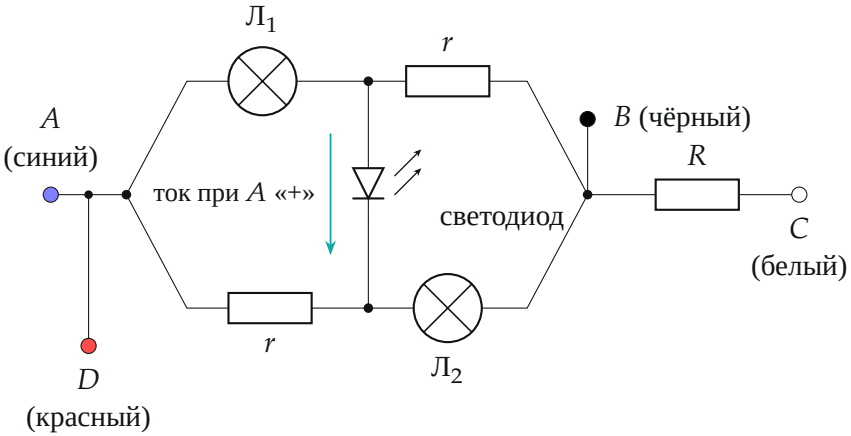

Рис. 4. Схема ящика: $Л_1$, $Л_2$ — лампы, r — резисторы 52 Ом, светодиод в диагонали моста. При плюсе на A ток в диагонали идёт вниз.

6. Почему светодиод горит только при одной полярности и почему яркость немонотонна. Пока диагональ разомкнута, ток через мост поровну делится между двумя одинаковыми плечами «лампа + r»: $I_л = I/2$, $U = U_л + I_л r$. Потенциалы узлов (отсчёт от B): верхний узел отстоит от B на $I_л r$ (резистор), нижний — на $U_л$ (лампа). Разность потенциалов на диагонали

$$\Delta = \varphi_{верх} - \varphi_{ниж} = I_л r - U_л(I_л).$$

При плюсе на A она положительна, пока сопротивление лампы меньше r, и светодиод (анодом к верхнему узлу) получает прямое напряжение; он начинает светиться, когда Δ достигает порога около 1,8 В. При минусе на A все знаки меняются, $\Delta < 0$, светодиод заперт, и в этом режиме мост точно равен двум плечам. Поведение Δ: при малом токе лампа холодная (≈ 3 Ом, много меньше r), Δ растёт почти как $I_л r$; нить греется,

$U_л(I)$ растёт всё быстрее, и Δ достигает максимума там, где касательная к $U_л(I)$ параллельна прямой $U = Ir$, то есть где дифференциальное сопротивление лампы $dU_л/dI$ равно r (рисунок 5); после этого Δ убывает. Поэтому ток светодиода, а с ним и яркость, сначала растёт, достигает максимума и убывает (рисунок 6).

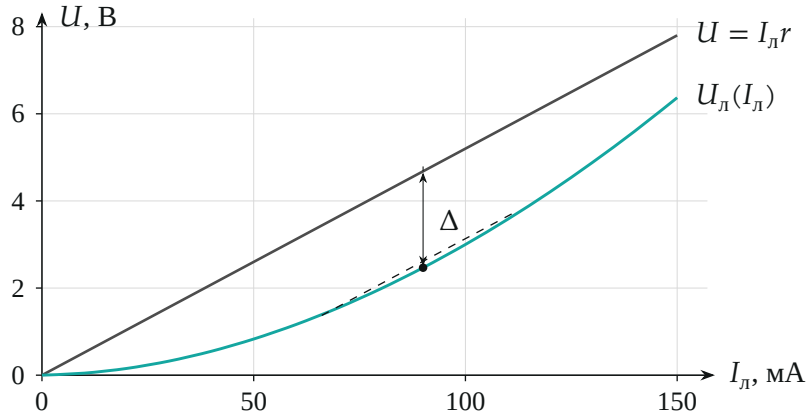

Рис. 5. Разность Δ между прямой $I_л r$ и ВАХ лампы (расчётный пример): максимум $\Delta \approx 2{,}2$ В при $I_л \approx 90$ мА, где касательная (пунктир) параллельна прямой.

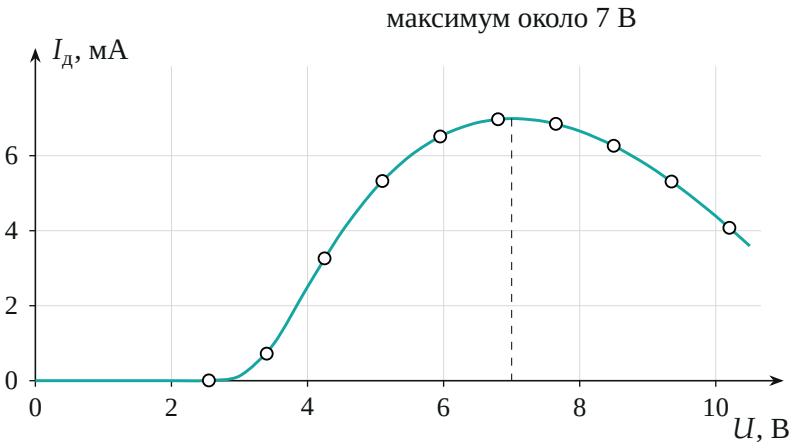

Рис. 6. Ток светодиода (его яркость) в зависимости от напряжения на мосте при плюсе на A (расчётный пример).

7. Направление диода. Светодиод горит при плюсе на A, значит, ток идёт через него от узла «лампа $Л_1$ — резистор» к узлу «резистор — лампа $Л_2$» (на рисунке 4 вниз): при движении через лампу от A к C диод проходится в прямом направлении. Анод светодиода — у верхнего узла, катод — у нижнего.

8. Соотношение сопротивлений лампы и резисторов. Омметр на AB (светодиод при токе омметра закрыт, лампы холодные) показывает $R_{AB} = (R_{хол} + r)/2$; в расчётном примере около 27,5 Ом, откуда $R_{хол} = 2R_{AB} - r \approx 3$ Ом — холодная лампа в 17 раз меньше r. В рабочем режиме $R_л = U_л/I_л$ растёт до 30 Ом при 3 В (пункты 3–4) и остаётся меньше $r = 52$ Ом при всех напряжениях до 10 В; именно поэтому $\Delta > 0$ и светодиод вообще зажигается. Горячая лампа в 10 раз сопротивляется больше холодной — обычный вольфрамовый накал около 2000 К.

Пункт 3. Мощность лампы при 3,0 В.

9. Метод. Работаем при обратной полярности (минус на A): светодиод заперт, диагональ не пропускает ток, и два плеча «лампа + r» совершенно одинаковы. Тогда по закону сохранения заряда в узле A ток через мост делится поровну, $I_л = I/2$, а по закону Ома для плеча из лампы и резистора, соединённых последовательно, напряжение на лампе

$$U_л = U - I_л r, \qquad I_л = \frac{U_{BC}}{2R}, \qquad P = U_л I_л.$$

Плавно двигаем регулятор и в каждой точке считаем $U_л$, пока оно не станет равно 3,0 В; ориентир — $U \approx 8$ В (при $I_л \approx 0{,}1$ А получилось бы $3{,}0 + 0{,}1 \cdot 52 = 8{,}2$ В). Если ровно 3,0 В не попали, берём две соседние точки и интерполируем ток.

10. Результат. Расчётный пример: $U = 8{,}20$ В, $U_{BC} = 0{,}200$ В, откуда $I = 0{,}200$ А, $I_л = 0{,}100$ А, $U_л = 8{,}20 - 0{,}100 \cdot 52 = 3{,}00$ В и

$$P = U_л I_л = 3{,}00 \cdot 0{,}100 = 0{,}30 \text{ Вт}.$$

Тот же результат даёт интерполяция по таблице ВАХ: между точками

(2,72 В; 94,8 мА) и (3,16 В; 102,8 мА) при 3,0 В получается 99,9 мА, $P = 0{,}30$ Вт.

Обратите внимание. Обратная полярность нужна не для красоты. При плюсе на A светодиод пропускает ток $I_д$ (до 7 мА): ток лампы тогда равен $(I + I_д)/2$, и формула $I_л = I/2$ даёт ошибку до 4 %.

Пункт 4. ВАХ лампы.

11. Метод. Тот же, что в пункте 3, но при многих значениях напряжения: обратная полярность, в каждой точке U и U_{BC}, затем $I_л = U_{BC}/(2R)$ и $U_л = U - I_л r$. Формулы выводятся по двум положениям: два одинаковых плеча (равенство токов) и закон Ома для плеча «лампа + r» (напряжение на плече U делится на лампу и резистор). Точек должно быть не меньше десяти: берём те же двенадцать с шагом по U меньше 1 В. Расчётный пример:

U, В	$I_л$, мА	$U_л$, В	U, В	$I_л$, мА	$U_л$, В
0,85	14,6	0,09	5,95	78,0	1,89
1,70	27,4	0,27	6,80	86,6	2,30
2,55	39,0	0,52	7,65	94,8	2,72
3,40	49,6	0,82	8,50	102,8	3,16
4,25	59,6	1,15	9,35	110,4	3,61
5,10	69,1	1,51	10,20	117,9	4,07

Из таблицы видно, как растёт сопротивление: $R_л = U_л/I_л$ меняется от 6 Ом при $I_л = 15$ мА до 35 Ом при 118 мА.

12. График. Строим $I_л(U_л)$ (рисунок 7), точки соединяем гладкой кривой; отмечено значение при 3,0 В, площадь прямоугольника под этой точкой — мощность $P = 0{,}30$ Вт.

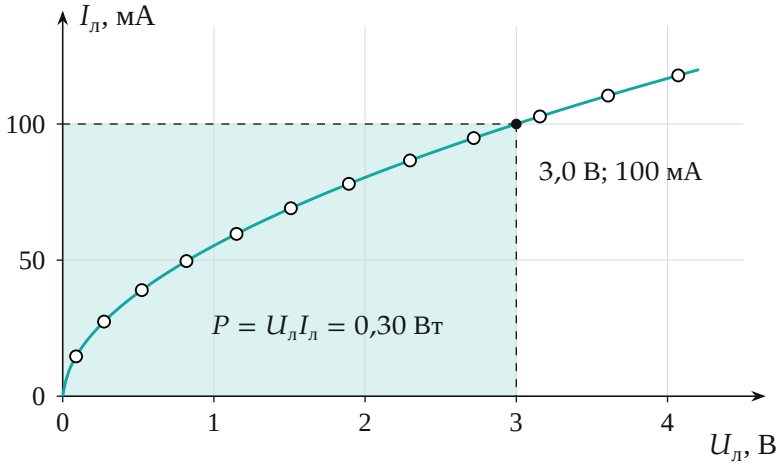

Рис. 7. ВАХ лампы накаливания (расчётный пример). Кривая лежит ниже прямой: сопротивление нити растёт с нагревом.

Проверка. Размерность: $U_л = U - I_л r$ — вольты, $P = U_л I_л$ — ватты. Энергетический баланс при $U = 8{,}2$ В (диод заперт): мост потребляет $UI = 8{,}2 \cdot 0{,}200 = 1{,}64$ Вт; две лампы дают $2 \cdot 0{,}30 = 0{,}60$ Вт, два резистора $2I_л^2 r = 2 \cdot 0{,}100^2 \cdot 52 = 1{,}04$ Вт, в сумме 1,64 Вт, баланс сошёлся. Предельный случай: при малых токах лампа холодная, $R_л \to 3$ Ом, ВАХ лампы начинается прямой линией с наклоном $1/3$ Ом$^{-1}$, а нагрев делает кривую выпуклой вверх; опыт качественно согласован с мостом: Δ из рисунка 5 при токе $I_л = 100$ мА равна $5{,}2 - 3{,}0 = 2{,}2$ В $> 1{,}8$ В.

Смысл: мост из двух одинаковых плеч позволяет по одному «внешнему» измерению тока и напряжения восстановить режим лампы внутри моста, а нелинейность лампы сама рисует картину в диагонали, на которой видно и направление диода, и немонотонную яркость.

Ответ. 1) ВАХ нелинейна (выпуклая вверх), в обоих направлениях почти одинакова; схема: источник на A и C, вольтметр на AB, ток через R по U_{BC}/R; 2) лампы в противоположных плечах, резисторы в двух других плечах, светодиод в диагонали анодом к узлу после лампы $Л_1$ (горит при плюсе на A); 3) $P \approx 0{,}30$ Вт; 4) $I_л = I/2$, $U_л = U - I_л r$ при обратной полярности, график построен (рисунок 7).