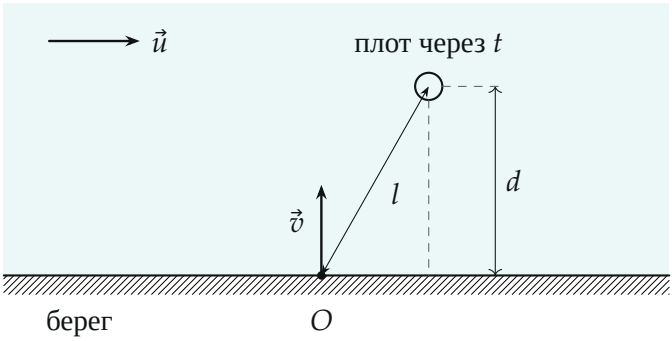
Маленький плот

Задача 1. [ВсОШ 2020/21, заключительный этап, 9 класс, задача 1] «Маленький плот».

От прямого берега реки оттолкнули небольшой круглый плот, сообщив ему в направлении, перпендикулярном берегу, скорость v, равную по модулю скорости течения реки. Через время $t = 10$ с плот удалился от точки старта на расстояние $l = 23$ м, а от берега — на $d = 20$ м. Определите скорость течения реки.



Поясняющий рисунок: старт в точке O, положение плота через время t.

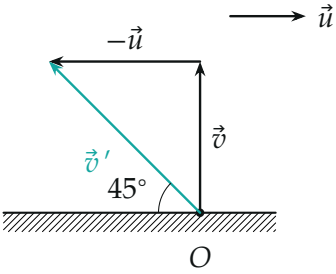
▲ **Решение.** **Что происходит.** Задача на относительность движения. Плот маленький и лёгкий, поэтому вода тормозит его относительно себя, пока он не поплывёт вместе с ней. Сила сопротивления воды направлена против скорости плота *относительно воды*, поэтому удобно перейти в систему отсчёта, связанную с водой: в ней сила сопротивления всё время направлена против скорости, и плот движется по прямой — той, вдоль которой была его начальная скорость относительно воды. Закон торможения нам не нужен: достаточно знать направление этой прямой.

Обозначения. u — скорость течения (искомая), x — ось вдоль берега по течению, y — перпендикулярно берегу, начало — в точке старта O. A — положение плота в системе воды через время t, B — его положение относительно берега, H — проекция точки O на прямую AB.

1. Начальная скорость относительно воды. Закон сложения скоростей: скорость плота относительно берега $\vec{v}$ равна сумме скорости относительно воды $\vec{v}\,'$ и скорости воды $\vec{u}$, откуда

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u}.$$

Проекции на оси: $v'_x = -u, v'_y = v = u$. Модули проекций равны, значит, $\vec{v}\,'$ направлена под углом 45° к берегу, против течения.



Треугольник скоростей: $\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u}$, катеты равны, угол с берегом 45°.

2. Движение в системе воды. Второй закон Ньютона для плота в системе воды (она инерциальна: течение равномерное): единственная горизонтальная сила — сопротивление воды — направлена против $\vec{v}\,'$. Скорость меняется только по модулю, не по направлению, и плот идёт по прямой под углом 45° к берегу. За время t он оказывается в точке A на расстоянии d от берега (вода берег не сдвигает). Прямоугольный треугольник OHA равнобедренный:

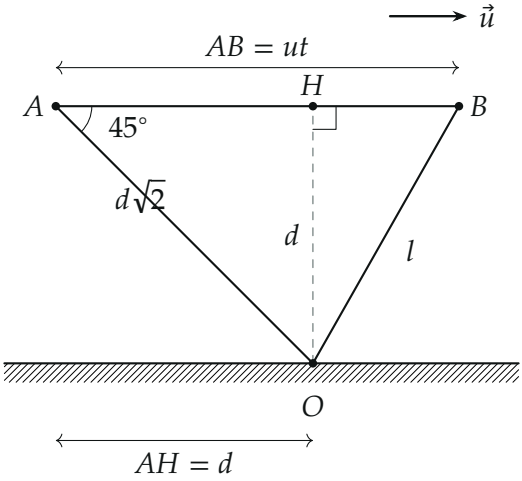
$$AH = OH = d.$$

3. Переход к берегу. За то же время вода вместе с плотом смещается по течению на ut:

$$AB = ut.$$

Положение B относительно берега видно из прямоугольного треугольника OHB (теорема Пифагора):

$$HB = \sqrt{l^2 - d^2}, \qquad ut = AH + HB = d + \sqrt{l^2 - d^2}.$$

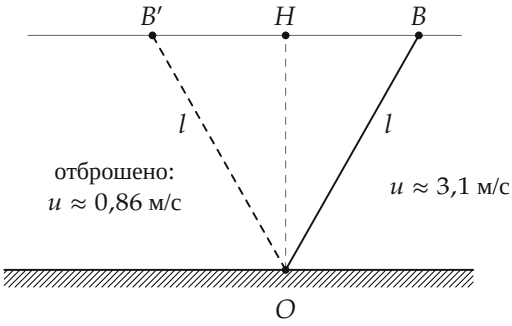


A — куда плот ушёл бы в стоячей воде, B — где он на самом деле; AB — снос водой за время t. Масштаб соблюдён.

4. Ответ в общем виде и число.

$$u = \frac{d + \sqrt{l^2 - d^2}}{t} = \frac{20 + \sqrt{23^2 - 20^2}}{10}\ \text{м/с} = \frac{20 + 11{,}36}{10}\ \text{м/с} \approx 3{,}1\ \text{м/с}.$$

5. Второй корень. Теорема Пифагора допускает и точку B' по другую сторону от H: $HB' = \sqrt{l^2 - d^2}$ против течения, тогда $ut = d - \sqrt{l^2 - d^2}$ и $u \approx 0{,}86$ м/с. Проверим, мог ли плот пройти относительно воды путь $OA = d\sqrt{2} \approx 28{,}3$ м. Он тормозится, поэтому путь меньше, чем без торможения: $OA < v't = u\sqrt{2}\,t$. При $u = 0{,}86$ м/с правая часть $\approx 12{,}2$ м — меньше 28,3 м, такого не бывает. При $u = 3{,}14$ м/с она ≈ 44 м — условие выполнено.



Две точки на расстоянии l от старта и d от берега; физически возможна только B.

Обратите внимание. Скорость плота относительно берега во время торможения меняет и модуль, и направление, траектория относительно берега — кривая. Прямая она только в системе воды, поэтому вся задача решается в ней.

Ответ: $u = \dfrac{d + \sqrt{l^2 - d^2}}{t} \approx 3{,}1$ м/с.

Проверка. Размерность: (м + м)/с = м/с. Предел $l = d$ (плот ушёл строго от берега, $HB = 0$): $u = d/t$ — снос ровно на d компенсирует уход назад на $AH = d$, точка B совпала с H, как и должно быть.

Смысл: в системе воды плот «забывает» течение, и вся геометрия задачи — равнобедренный прямоугольный треугольник плюс снос водой.

Ответ. $u = \dfrac{d + \sqrt{l^2 - d^2}}{t} \approx 3{,}1$ м/с (3,14 м/с).