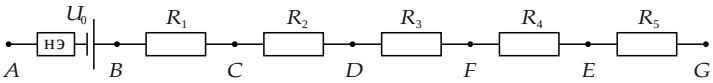
Вах-вах!

Задача 2. [ВсОШ 2021/22, заключительный этап, 9 класс, практический тур, задача 2] «Вах-вах!».

Вольтамперной характеристикой (ВАХ) нелинейного элемента называют зависимость силы тока I, текущего через элемент, от напряжения U на нём.

1. С помощью мультиметра, проводов и серого ящика, содержащего нелинейный элемент НЭ, идеальный источник напряжения U_0 и набор из пяти резисторов, включённых последовательно (см. рисунок), снимите зависимость силы тока I, текущего через нелинейный элемент, от напряжения U_{AB} на контактах A и B.



2. Постройте график полученной зависимости в формате А5.
3. Считая известным, что при $I = 20$ мА напряжение на нелинейном элементе равно $U = 0{,}63$ В, получите ВАХ нелинейного элемента для диапазона $10\text{ мА} < I < 60\text{ мА}$ и представьте её в виде таблицы и графика в формате А5 с указанием абсолютных погрешностей величин.

Погрешность мультиметра во всех режимах равна $1\% \pm 2$ ед. последнего разряда.

Запрещено! Использовать мультиметр в режиме амперметра и закорачивать проводом контакты A и B.

Оборудование: серый ящик, соединительные провода с зажимами типа «крокодил» — 2 шт, мультиметр.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача класса «чёрный ящик с нелинейным элементом». Между A и B последовательно стоят НЭ и источник U_0, а снаружи мы замыкаем цепь через набор резисторов ящика. По второму правилу Кирхгофа для этого контура напряжение на контактах U_{AB} и напряжение на НЭ в сумме дают ЭДС: $U_{AB} = U_0 - U$. Ток через

НЭ — тот же, что через внешние резисторы, и его можно найти вольтметром по напряжению на известном резисторе (амперметром пользоваться нельзя). Меняя внешнее сопротивление, получаем много точек $I(U_{AB})$. Неизвестная U_0 находится из одной известной точки ВАХ, и тогда каждое U_{AB} пересчитывается в U.

Обозначения. R — внешнее (нагрузочное) сопротивление; U_1, U_2 — напряжения на R_1 и R_2; I — ток в контуре; U — напряжение на НЭ.

1. Сопротивления ящика. Омметром между соседними контактами (BC, CD, DF, FE, EG — по порядку на схеме): $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_5 = 80$ Ом. В цепи без замыкания омметр показывает сопротивление правильно: источник в эту часть ящика не входит.

2. Как собрать цепь. Первым проводом соединяем контакт A с одним из контактов $C \ldots G$ — контур замыкается через резисторы. Вторым проводом закорачиваем отдельные резисторы или их группы — так получаем разные R (от 15 до 135 Ом). Мультиметр в режиме вольтметра подключаем к A и B (рис. 1) — это U_{AB}, а затем к R_1 или R_2 (к тому из них, что не закорочен) — это U_1 или U_2. Ток по закону Ома для резистора:

$$I = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{или} \quad I = \frac{U_2}{R_2}.$$

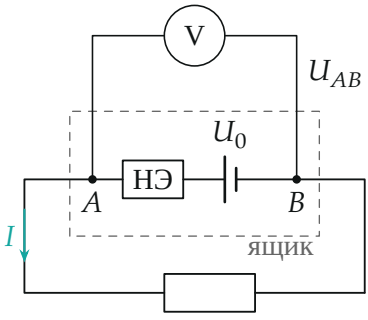


Рис. 1. Контур измерения: НЭ и источник внутри ящика, внешнее сопротивление R набрано из резисторов ящика; вольтметр на контактах A и B.

3. Связь U_{AB} и U. Второе правило Кирхгофа для контура «источник — НЭ — внешние резисторы»: ЭДС равна сумме напряжений на НЭ и на внешней части, а напряжение на внешней части и есть U_{AB}:

$$U_0 = U + U_{AB} \;\Rightarrow\; U = U_0 - U_{AB}.$$

Чем больше ток, тем больше падает напряжение на НЭ и тем меньше остаётся на контактах.

4. Таблица измерений (данные авторской установки; погрешность прибора 1% от показания плюс 2 единицы последнего разряда, для тока к ней добавлена погрешность сопротивления):

#	U_{AB} мВ	ΔU_{AB} мВ	R Ом	U_1 мВ	U_2 мВ	I мА	ΔI мА	U мВ	ΔU мВ
1	895	11	15		567	57	3	705	11
2	934	11	25	177		35	3	666	11
3	946	11	30		300	30,0	1,4	654	11
4	969	12	45	107		21	2	631	12
5	982	12	55		177	17,7	0,9	618	12
6	992	12	65	75		15,0	1,3	608	12
7	1010	12	85	56		11,2	1,1	590	12
8	1020	12	95		102	10,2	0,6	580	12
9	1030	12	115		85	8,5	0,5	570	12
10	1040	12	135	34		6,8	0,8	560	12

Столбцы U и ΔU заполнены после шага 6.

5. График $I(U_{AB})$. Точки с крестами погрешностей и плавная кривая через них — на рис. 2. Чем больше внешнее сопротивление, тем меньше ток и тем ближе U_{AB} к U_0.

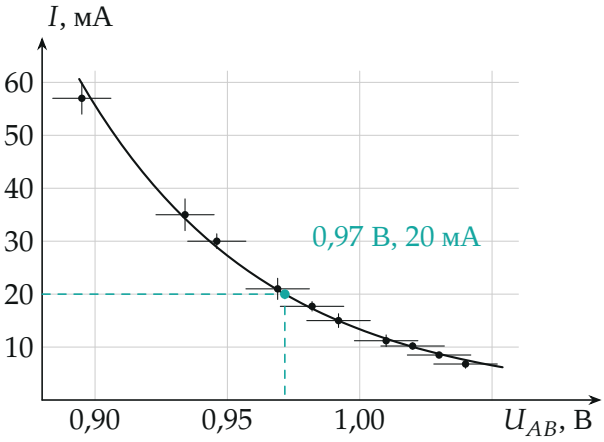


Рис. 2. Зависимость $I(U_{AB})$; бирюзовым — снятие U_{AB} при $I = 20$ мА.

6. Напряжение источника. С кривой (рис. 2) при $I = 20$ мА: $U_{AB} = 0{,}97$ В. Эта же точка известна на ВАХ: $U = 0{,}63$ В. По шагу 3

$$U_0 = U_{AB} + U = 0{,}97 + 0{,}63 = 1{,}60 \text{ В}.$$

7. ВАХ. Пересчитываем каждую точку: $U = U_0 - U_{AB} = 1600$ мВ $- U_{AB}$ (столбец U таблицы). Погрешность ΔU равна погрешности ΔU_{AB} — величина U_0 общая для всех точек и форму кривой не меняет. ВАХ — на рис. 3: ток быстро (почти экспоненциально) растёт с напряжением, как у полупроводникового диода; при росте тока от 10 до 57 мА напряжение меняется всего на 0,12 В.

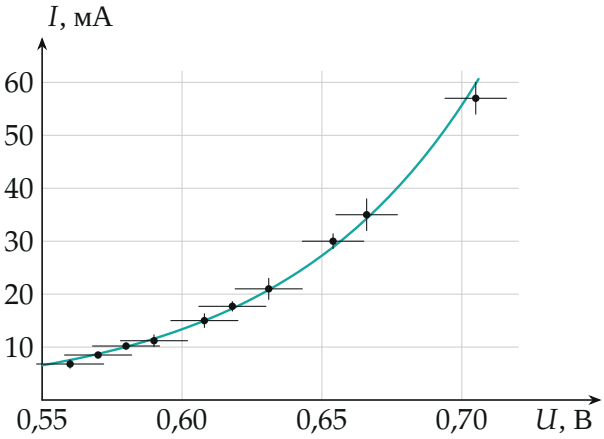


Рис. 3. ВАХ нелинейного элемента с погрешностями.

Обратите внимание: по горизонтали — десятые и сотые доли вольта, поэтому точность ± 11 мВ здесь заметна. Изменение напряжения от точки к точке (10–40 мВ) сравнимо с погрешностью, и кривую проводят плавно через кресты, а не ломаной по точкам.

Проверка. Знак: при $I \to 0$ ток почти не течёт, $U_{AB} \to U_0$, и действительно U_{AB} растёт к 1,04 В $< U_0 = 1{,}6$ В — остаток 0,56 В держит НЭ даже при малом токе, как у диода с порогом около 0,5 В. Второй способ для U_0: по кривой $\ln I$ от U_{AB} (почти прямая, метод наименьших квадратов) $U_{AB}(20\text{ мА}) = 0{,}972$ В, $U_0 = 1{,}602$ В — то же.

Одна известная точка ВАХ превращает график «на контактах» в полную ВАХ: всё остальное сделал закон Кирхгофа.

Ответ. $U_0 \approx 1{,}60$ В. ВАХ (ток, мА — напряжение, мВ; погрешности тока 3; 3; 1,4; 2; 0,9; 1,3; 1,1; 0,6 мА, напряжения ± 11–12 мВ): 57 — 705; 35 — 666; 30,0 — 654; 21 — 631; 17,7 — 618; 15,0 — 608; 11,2 — 590; 10,2 — 580. Графики — рис. 2 и 3.