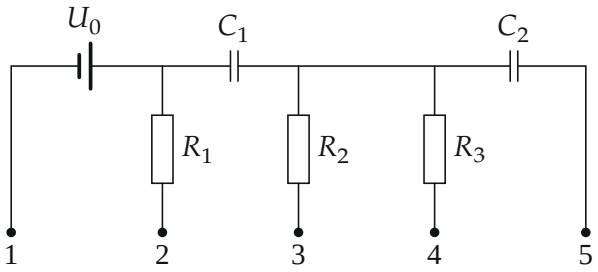
Необычные мосты

Задача 2. [ВсОШ 2022/23, 10 класс, практический тур, задача 2] В задаче требуется оценка погрешности.

В компанию по ремонту электроники принесли блок управления сигнализацией, который работал некорректно. В результате диагностики подозрения пали на один из чипов (микросхем), электрическая схема которого представлена на рисунке.



Задание.

1. Укажите в начале отчёта номер выданной вам модели чипа. С помощью имеющегося оборудования проверьте соответствие параметров чипа табличным.

Контрольные параметры:

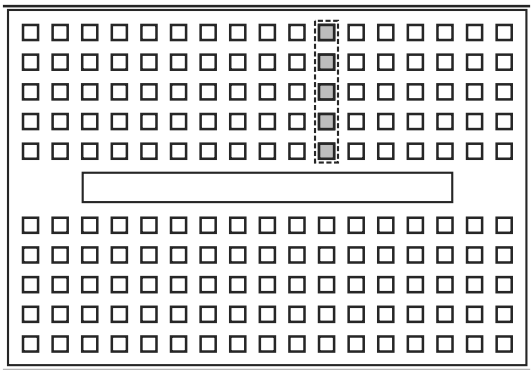
- напряжение источника $U_0 = (3{,}2 \pm 0{,}2)$ В;
- сопротивление резистора $R_1 = (4{,}7 \pm 0{,}4)$ кОм;
- сопротивление резистора $R_2 = (13 \pm 1)$ кОм;
- сопротивление резистора $R_3 = (40 \pm 3)$ кОм;
- отношение ёмкостей $C_2/C_1 = (3{,}3 \pm 0{,}7)$.

Оборудование: мультиметр с проводами для макетной платы, потенциометр, модель чипа с 5 выводами, макетная плата, соединительные провода 4 шт.

Важно! На конце вывода №1 модели чипа размещён защитный прозрачный скотч, который необходимо удалить перед началом работы. Соединительные провода выданы шлейфом, при необходимости вы можете отделить их друг от друга.

Погрешность мультиметра считайте равной 1% от измеряемой величины, но не менее 3 единиц последнего разряда. Источник можно считать идеальным. Про внутреннее сопротивление мультиметра в режимах вольтметра и амперметра ничего не известно.

Примечание: макетная плата используется для соединения проводов и подключения различных элементов. Каждые пять соседних гнёзд макетной платы, расположенные в одном столбце, внутри платы соединены между собой. Например, соединены выводы, отмеченные серым на рисунке.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это экспериментальная задача — «чёрный ящик» с пятью выводами. Трудность в том, что узел между конденсаторами (назовём его B) наружу не выведен: омметром доступна только сумма $R_2 + R_3$ (между выводами 3 и 4), а R_2 и R_3 по отдельности и отношение ёмкостей напрямую не измерить. Выручают *мосты*: схема, в которой вольтметр включён между узлом B (через R_2 или C_2) и движком потенциометра и показывает ноль, когда отношение плеч потенциометра равно нужному отношению. Нулевой показатель хорош тем, что сопротивление вольтметра на него не влияет — а оно нам неизвестно. Источник внутри чипа, поэтому R_1 меряем не омметром, а законом Ома по току и напряжению.

Обозначения. A — узел между источником и C_1; B — узел между C_1 и C_2; R_V — сопротивление вольтметра; r_1, r_2 — сопротивления частей

потенциометра по обе стороны движка (меряем омметром после опыта); R_{34} — сопротивление между выводами 3 и 4.

1. Сумма $R_2 + R_3$. Омметр между выводами 3 и 4 (ток идёт $3 \to R_2 \to B \to R_3 \to 4$; конденсаторы постоянный ток не пропускают):

$$R_{34} = R_2 + R_3 = (53{,}2 \pm 0{,}5)\ \text{кОм}.$$

Контрольное значение $13 + 40 = (53 \pm 4)$ кОм — совпадает, но это ещё не значит, что каждый резистор в норме.

2. Напряжение источника и сопротивление вольтметра. Вольтметр между выводами 1 и 2 образует с источником замкнутую цепь через R_1 (рис. 1а). По закону Ома для цепи

$$U_{12} = U_0 \frac{R_V}{R_V + R_1} = (3{,}28 \pm 0{,}03)\ \text{В}.$$

Соединим выводы 2 и 3 и подключим вольтметр к 1 и 4: теперь последовательно $R_1 + R_2 + R_3 = 58$ кОм (рис. 1б), и $U_{14} = U_0 \dfrac{R_V}{R_V + R_1 + R_{34}} = (3{,}12 \pm 0{,}03)$ В. Поделив одно на другое, найдём R_V:

$$\frac{U_{12}}{U_{14}} = \frac{R_V + R_1 + R_{34}}{R_V + R_1} = 1{,}051 \quad \Rightarrow \quad R_V \approx 1{,}0\ \text{МОм}.$$

R_V в 200 раз больше R_1, поэтому $U_0 = U_{12} \dfrac{R_V + R_1}{R_V} = 3{,}30$ В: поправка 0,5 %, меньше погрешности. С учётом погрешности обоих показаний $U_0 = (3{,}30 \pm 0{,}06)$ В — в допуске $(3{,}2 \pm 0{,}2)$ В.

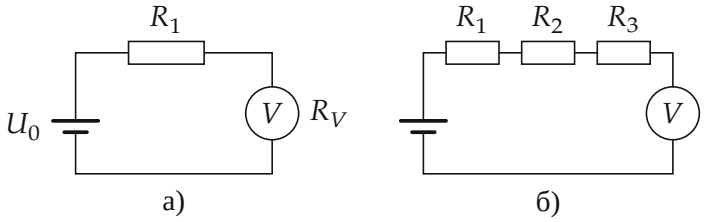


Рис. 1. Эквивалентные схемы измерения напряжения: а) вольтметр на вы-

водах 1 и 2; б) выводы 2 и 3 соединены, вольтметр на выводах 1 и 4

3. Сопротивление R_1. Амперметр между выводами 1 и 2 замыкает источник через R_1: $I_{12} = (688 \pm 7)$ мкА. Закон Ома:

$$R_1 = \frac{U_0}{I_{12}} = \frac{3{,}30\ \text{В}}{0{,}688\ \text{мА}} = 4{,}79\ \text{кОм}.$$

Сопротивление амперметра проверяем, включив последовательно с ним часть потенциометра около 0,1 кОм: ток упал до (673 ± 7) мкА, то есть на 2 % — ровно на столько, сколько добавлено сопротивления. Значит, собственное сопротивление амперметра порядка 0,1 кОм и меньше и даёт поправку не больше 2 %, в пределах погрешности. Погрешность $\dfrac{\Delta R_1}{R_1} = \dfrac{\Delta U_0}{U_0} + \dfrac{\Delta I}{I} \approx 3\,\%$: $R_1 = (4{,}79 \pm 0{,}14)$ кОм — в допуске $(4{,}7 \pm 0{,}4)$ кОм.

4. Мост для отношения ёмкостей. Собираем схему рис. 2: выводы 2 и 5 соединены через потенциометр, его движок через вольтметр — с выводом 3, вывод 5 переключателем подсоединяют к выводу 1. Перед опытом конденсаторы разряжаем, замыкая выводы 2–3 и 4–5.

Узел B соединён с остальной схемой только через R_2 и вольтметр с огромным R_V, поэтому ток в него практически не течёт, и заряды обкладок, примыкающих к B, в сумме остаются нулём: $q_1 = q_2$, или $C_1 U_{C_1} = C_2 U_{C_2}$. После зарядки постоянный ток идёт только по пути $A \to R_1 \to r_1 \to r_2 \to 5$, и потенциалы распределены как в делителе. Вольтметр показывает ноль, когда потенциал движка равен потенциалу B; тогда напряжения на конденсаторах равны напряжениям на плечах делителя:

$$\frac{U_{C_1}}{U_{C_2}} = \frac{R_1 + r_1}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{C_2}{C_1} = \frac{U_{C_1}}{U_{C_2}} = \frac{R_1 + r_1}{r_2}.$$

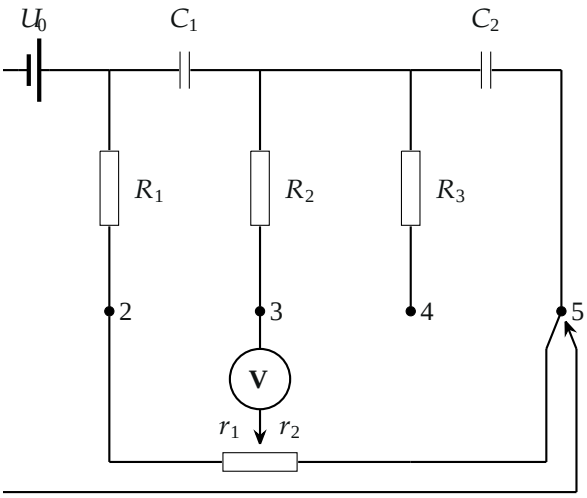


Рис. 2. Мост для измерения C_2/C_1: при балансе вольтметр между узлом B (через R_2) и движком потенциометра показывает ноль

Три измерения (движок ставим заново, r_1, r_2 меряем омметром):

№	r_1, кОм	r_2, кОм	C_2/C_1
1	$2{,}72 \pm 0{,}03$	$2{,}28 \pm 0{,}03$	3,29
2	$2{,}74 \pm 0{,}03$	$2{,}27 \pm 0{,}03$	3,32
3	$2{,}81 \pm 0{,}03$	$2{,}34 \pm 0{,}03$	3,25

Среднее $C_2/C_1 = 3{,}29$; погрешность одного измерения $\dfrac{\Delta R_1 + \Delta r_1}{R_1 + r_1} + \dfrac{\Delta r_2}{r_2} \approx 3\,\%$, разброс трёх — $\pm 0{,}04$. Итого $C_2/C_1 = 3{,}3 \pm 0{,}1$ — в допуске $(3{,}3 \pm 0{,}7)$.

5. Мост для R_2/R_3. Схема рис. 3: выводы 2 и 3 соединены (узел M), вывод 1 — с выводом 4, потенциометр — между M и выводом 4, вольтметр — между движком и выводом 5 (через C_2 на узел B). Ток от источника идёт через R_1 в M и дальше двумя параллельными ветвями к выводу 4: через R_2 и R_3 и через r_1 и r_2. Конденсатор C_2 сначала разряжен; в установившемся режиме ток через вольтметр не течёт, и он показывает разность потенциалов движка и узла B. Ноль — когда делители

одинаковы (условие баланса моста Уитстона):

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{r_1}{r_2} = k, \qquad R_3 = \frac{R_{34}}{1+k}, \qquad R_2 = R_{34} - R_3.$$

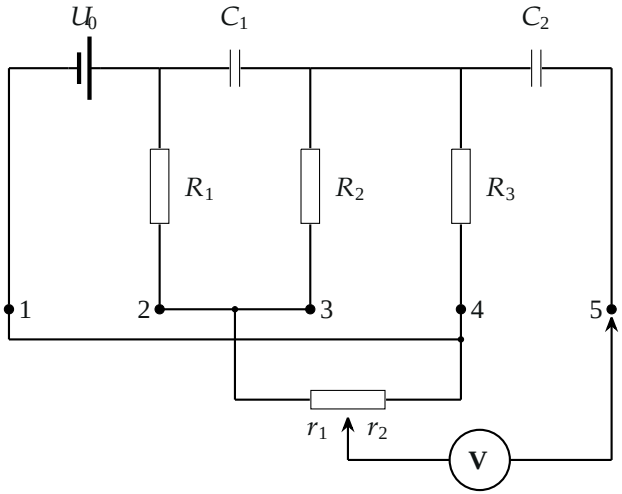


Рис. 3. Мост для отношения R_2/R_3: две параллельные ветви между узлом M (выводы 2, 3) и выводом 4

№	r_1, кОм	r_2, кОм	R_2, кОм	R_3, кОм
1	$3{,}23 \pm 0{,}03$	$1{,}76 \pm 0{,}03$	34,4	18,8
2	$3{,}21 \pm 0{,}03$	$1{,}78 \pm 0{,}03$	34,2	19,0
3	$3{,}27 \pm 0{,}03$	$1{,}74 \pm 0{,}03$	34,7	18,5

Средние (python): $R_2 = (34{,}5 \pm 0{,}6)$ кОм, $R_3 = (18{,}7 \pm 0{,}5)$ кОм. Погрешность: $\dfrac{\Delta k}{k} = \dfrac{0{,}03}{3{,}23} + \dfrac{0{,}03}{1{,}76} \approx 2{,}6\,\%$, и к ней добавляется 1 % от R_{34}.

6. Сравнение с контрольными значениями (рис. 4). U_0, R_1, C_2/C_1 и сумма $R_2 + R_3$ в допуске, а R_2 в 2,6 раза больше нормы, R_3 — в 2,1 раза меньше. Неисправны резисторы R_2 и R_3 (такую подмену омметр между выводами 3 и 4 не замечает — сумма та же).

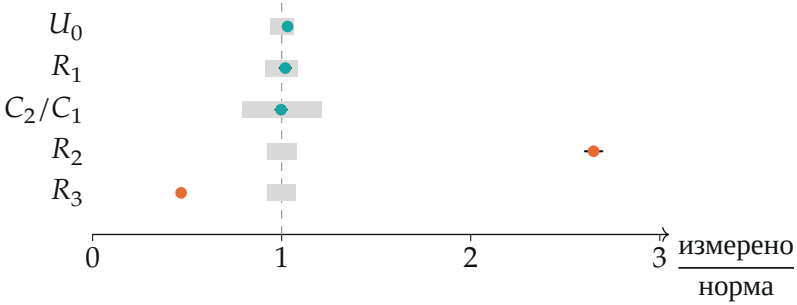


Рис. 4. Измеренные значения в долях контрольных: серые полосы — допуск, точки — измерения; морковные — вне допуска

Обратите внимание. Сопротивление мультиметра неизвестно, поэтому для тонких измерений нужны нулевые (мостовые) схемы: при нуле на вольтметре ток через него не идёт, и его сопротивление не входит в ответ. В мосте для ёмкостей в плечо входит R_1 вместе с r_1 — его надо знать из шага 3.

Проверка. Два независимых пути дают согласованную картину: $R_2 + R_3$ из моста не используется, а измерено омметром; отношение $R_2/R_3 = 1{,}84$ из моста совпадает в трёх опытах с разбросом 1 %. Если бы резисторы были в норме, баланс наступил бы при $r_1/r_2 = 13/40 = 0{,}33$, а не при 1,84 — различие в пять раз далеко за погрешностью. Размерности: C_2/C_1 и R_2/R_3 — отношения сопротивлений, безразмерны.

Ответ. $U_0 = (3{,}30 \pm 0{,}06)$ В, $R_1 = (4{,}79 \pm 0{,}14)$ кОм, $C_2/C_1 = 3{,}3 \pm 0{,}1$, $R_2 + R_3 = (53{,}2 \pm 0{,}5)$ кОм — в допуске; $R_2 = (34{,}5 \pm 0{,}6)$ кОм и $R_3 = (18{,}7 \pm 0{,}5)$ кОм — не соответствуют контрольным 13 и 40 кОм: неисправны резисторы R_2 и R_3.