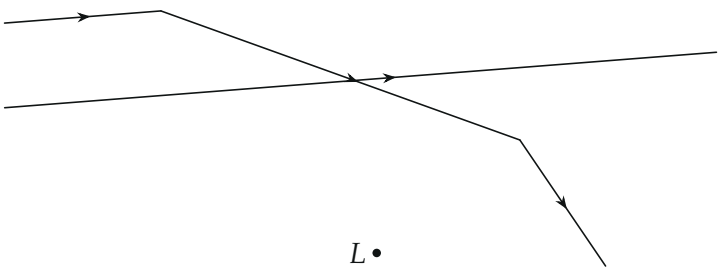
Архив Снеллиуса

Задача 5. [ВсОШ 2023/24, региональный этап, 9 класс, задача 5] «Архив Снеллиуса».

Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертёж оптической системы (см. рисунок). От времени чернила выцвели, и на чертеже остались видны только ход параллельных лучей через две тонкие линзы и точка L, принадлежащая плоскостям обеих линз.



1. Восстановите построением положения плоскостей обеих линз.
2. По имеющимся данным определите тип каждой линзы (собирающая или рассеивающая).
3. Найдите положения оптических центров и главных фокусов линз.

Примечание. Принципы построения параллельных и перпендикулярных прямых, проходящих через заданную точку, деление отрезка пополам и подобные стандартные геометрические процедуры считайте известными. Указанные геометрические построения не доказывайте.

▲ **Решение. Что происходит.** Тонкая линза меняет направление луча только в своей плоскости, поэтому каждая точка излома луча лежит в плоскости линзы. Луч, который прошёл через линзу без излома, прошёл через её оптический центр. Фокусы находим по свойству фокальной плоскости: параллельные лучи после линзы собираются (сами или продолжениями) в одной точке фокальной плоскости, и эту точку даёт луч, идущий через центр без преломления. Класс задачи — построения в тонких линзах.

Обозначения. K_1, K_2 — точки излома верхнего луча (на левой и правой линзе); O_1, O_2 — оптические центры; F_1, F_1' и F_2, F_2' — главные

фокусы левой и правой линз; A, B — вспомогательные точки фокальных плоскостей.

Пункт 1. Плоскости линз. Верхний луч ломается дважды — в K_1 и в K_2, значит, K_1 лежит в плоскости одной линзы, K_2 — другой. Точка L лежит в обеих плоскостях. Две точки задают прямую: плоскость левой линзы — прямая LK_1, правой — прямая LK_2 (рис. 1).

Пункт 2. Оптические центры и тип линз. Нижний луч проходит обе линзы без излома. Луч, падающий на тонкую линзу, не меняет направления, только если идёт через её оптический центр. Значит, центры — точки пересечения нижнего луча с плоскостями линз: $O_1 = LK_1 \cap$ (нижний луч), $O_2 = LK_2 \cap$ (нижний луч).

Тип линзы определяем по тому, куда отклоняется луч относительно параллельного ему луча через центр.

- *Левая линза.* До неё оба луча параллельны, нижний идёт через O_1. После линзы верхний луч *пересекает* нижний в точке A за линзой — параллельный пучок сходится. Линза **собирающая**.
- *Правая линза.* На неё падает луч K_1K_2; параллельный ему луч через центр O_2 прошёл бы без излома. После линзы луч K_2 отклоняется вниз, *от* этого центрального луча: лучи расходятся, сходятся лишь их продолжения назад, перед линзой (точка B на рис. 3). Линза **рассеивающая**.

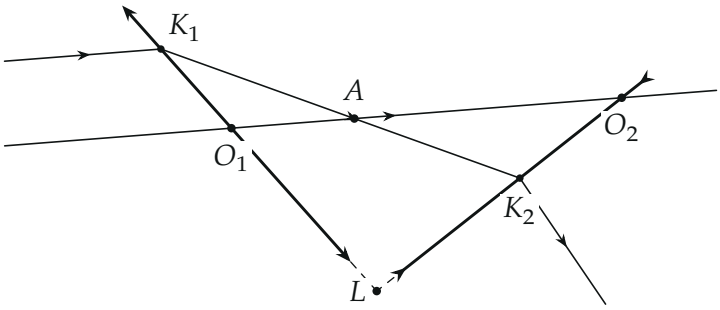


Рис. 1. Плоскости линз — прямые LK_1 и LK_2 (сплошные, со стрелками: левая собирающая, правая рассеивающая). Нижний луч пересекает их в оптических центрах O_1 и O_2.

Пункт 3. Фокусы левой линзы. Параллельные лучи, падающие на собирающую линзу, после неё собираются в одной точке задней фокальной плоскости. Нижний луч идёт через O_1 без излома, верхний после излома пересекает его в A — это и есть точка схождения пучка, она лежит в задней фокальной плоскости. Фокальная плоскость параллельна плоскости линзы: проводим через A прямую, параллельную LK_1. Главная оптическая ось перпендикулярна плоскости линзы и проходит через центр: опускаем из O_1 перпендикуляр на фокальную плоскость — его основание и есть задний фокус F_1. Передний фокус F'_1 — по другую сторону линзы на том же расстоянии: $O_1F'_1 = O_1F_1$ (рис. 2).

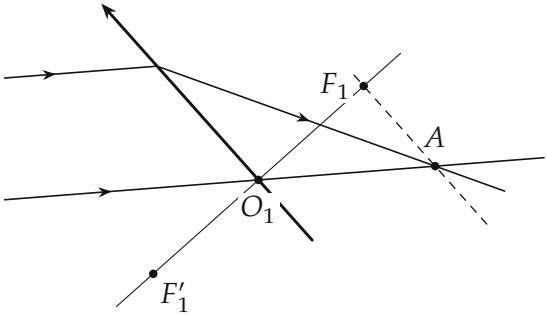


Рис. 2. Левая линза: лучи пучка сходятся в точке A; через неё — фокальная плоскость (пунктир, параллельно линзе); перпендикуляр из O_1 (тонкая линия — главная оптическая ось) даёт фокус F_1, симметрично — F'_1.

Фокусы правой линзы. На правую линзу падает параллельный пучок вдоль K_1K_2. Через центр O_2 проводим вспомогательный луч, параллельный K_1K_2: он проходит линзу без излома. У рассеивающей линзы преломлённые лучи параллельного пучка расходятся так, что их *продолжения* назад пересекаются в одной точке передней фокальной плоскости. Продолжаем назад луч, вышедший из K_2, до пересечения со вспомогательным лучом — получаем точку B фокальной плоскости. Дальше так же: через B — прямая, параллельная LK_2, из O_2 — перпендикуляр на неё; его основание — передний фокус F_2, задний F'_2 симметричен ему относительно O_2 (рис. 3).

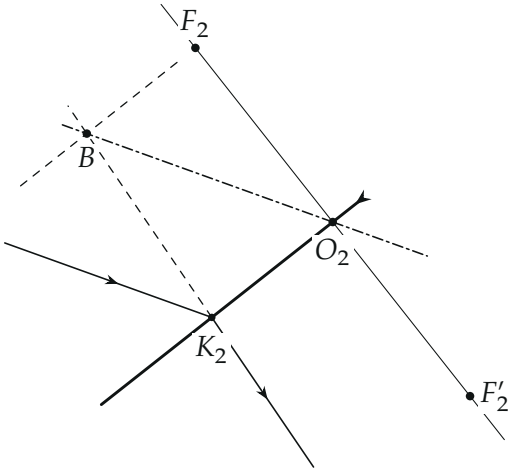


Рис. 3. Правая линза: штрихпунктир — вспомогательный луч через O_2, параллельный падающему K_1K_2; пунктир — продолжение назад преломлённого луча. Они пересекаются в точке B передней фокальной плоскости; перпендикуляр из O_2 даёт F_2, симметрично — F'_2.

Итоговое построение — на рис. 4: плоскости линз, центры и все четыре фокуса.

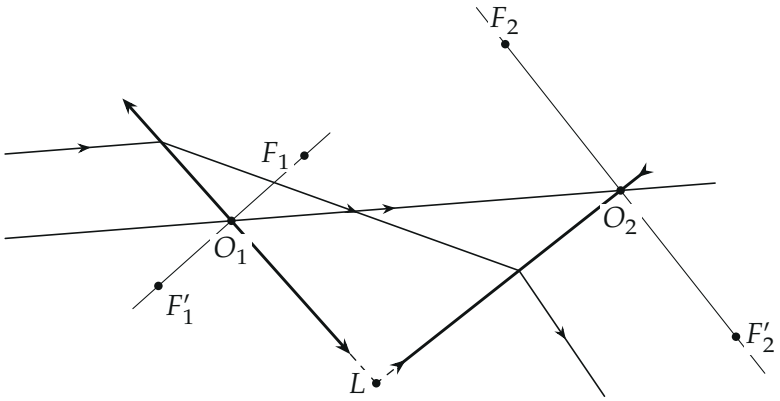


Рис. 4. Ответ: собирающая линза LK_1 с фокусами F_1, F'_1 и рассеивающая LK_2 с фокусами F_2, F'_2; тонкие линии — главные оптические оси.

Обратите внимание. Главная оптическая ось каждой линзы — не нижний луч, а перпендикуляр к плоскости линзы через центр: лучи на

чертеже наклонны к осям. Поэтому фокус лежит не в точке A (или B), а в основании перпендикуляра из центра на фокальную плоскость.

Проверка. Построение согласовано: продолжения преломлённых лучей правой линзы сходятся в B перед линзой (мнимый фокус — рассеивающая), а у левой лучи сходятся в A за линзой (действительный — собирающая). Для любого другого луча пучка, падающего на левую линзу параллельно нижнему, построение через A даёт тот же излом, что у верхнего луча, — точка A одна на весь пучок.

Ответ. 1) Плоскости линз — прямые LK_1 и LK_2 через точку L и точки излома верхнего луча; 2) левая линза собирающая, правая рассеивающая; 3) оптические центры O_1, O_2 — пересечения плоскостей линз с непреломлённым нижним лучом; фокусы — основания перпендикуляров из центров на фокальные плоскости (через A и B, параллельно линзам) и симметричные им точки (рис. 4).