Все плотности

Задача 2. [ВсОШ 2024/25, региональный этап, 7 класс, практический тур, задача 2] «Все плотности».

Оборудование: 3 листа поликарбоната (пластиковый лист с ячеистой структурой), весы электронные, стакан с водой (плотность воды $\rho_в = 1$ г/см^3), шприц 2 мл (без иглы), линейка, салфетки для поддержания чистоты.

При помощи выданного вам оборудования определите:

1. поверхностную плотность листа поликарбоната;
2. объёмную плотность листа поликарбоната;
3. плотность материала, из которого изготовлен лист поликарбоната.

При выполнении работы неровностями ячеек поликарбоната можно пренебречь. Считайте, что они имеют прямоугольное сечение. Также считайте, что все искомые плотности у образцов поликарбоната одинаковы. А под поверхностной плотностью понимается поверхностная плотность, приходящаяся на большую грань.

Необходимые определения: поверхностной плотностью называют величину, равную отношению массы тела к его площади: $\sigma = \dfrac{m}{S}$. Объёмной плотностью тела называют величину, равную отношению массы тела к его полному объёму: $\rho_{тела} = \dfrac{m}{V_{тела}}$. Плотностью материала называют величину, равную отношению массы тела к объёму материала, из которого оно изготовлено: $\rho_{мат\text{-}ла} = \dfrac{m}{V_{мат\text{-}ла}}$.

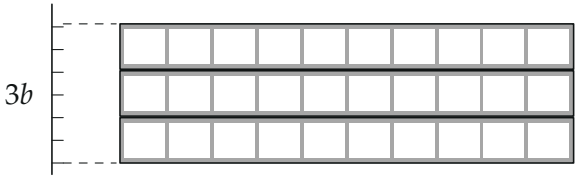


Поясняющий рисунок: лист поликарбоната, спереди видно сечение ячеек

▲ **Решение. Что происходит.** У листа три разные «плотности», потому что внутри он почти пустой. Поверхностная плотность делит массу на площадь большой грани, объёмная — на весь объём листа вместе с пустотами, плотность материала — только на объём пластика. Главная идея третьего пункта — объём пластика найти как весь объём листа минус объём всех ячеек, а объём ячейки измерить водой из шприца.

Обозначения. m — масса листа, L — ширина (поперёк ячеек), H — длина (вдоль ячеек), b — толщина, N — число ячеек, V_0 — объём одной ячейки.

1. Масса и размеры. Взвешиваем лист: $m = 7{,}5$ г. Линейкой: $L = 11{,}3$ см, $H = 6{,}0$ см. Толщина листа — несколько миллиметров, сравнима с ценой деления линейки, поэтому складываем три листа стопкой, измеряем общую толщину (1,8 см) и делим на 3: $b = 0{,}60$ см. Ячеек в листе $N = 20$.



Толщину меряем по стопке из трёх листов: $3b = 1{,}8$ см

Пункт 1. Поверхностная плотность. Большая грань — прямоугольник $L \times H$. По определению

$$\sigma = \frac{m}{LH} = \frac{7{,}5\ \text{г}}{11{,}3\ \text{см} \cdot 6{,}0\ \text{см}} \approx 0{,}11\ \text{г/см}^2.$$

Пункт 2. Объёмная плотность. Полный объём листа — прямоугольный параллелепипед вместе с пустотами:

$$V = LHb = 11{,}3 \cdot 6{,}0 \cdot 0{,}60\ \text{см}^3 \approx 40{,}7\ \text{см}^3,$$

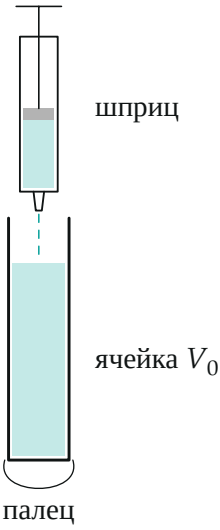
$$\rho_{\text{тела}} = \frac{m}{V} = \frac{7{,}5\ \text{г}}{40{,}7\ \text{см}^3} \approx 0{,}18\ \text{г/см}^3.$$

Связь с пунктом 1: $\rho_{\text{тела}} = \sigma / b$ — проверка, что ничего не перепутали: $0{,}11/0{,}60 \approx 0{,}18$.

Пункт 3. Плотность материала. Объём пластика — полный объём минус пустоты:

$$V_{\text{мат-ла}} = V - NV_0.$$

Объём одной ячейки V_0 измеряем шприцем. Набираем воду, закрываем пальцем один конец ячейки, лист держим вертикально и заливаем ячейку доверху; объём ячейки — разность объёмов воды в шприце до и после. Ячейки немного различаются, поэтому меряем 5–7 ячеек и усредняем; если объёмы различаются больше чем на две цены деления шприца, меряем все ячейки и складываем. Второй способ — взвесить шприц до и после заливки: разность масс в граммах численно равна объёму в см^3, потому что $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3. Получено $V_0 = 1{,}7$ см^3.

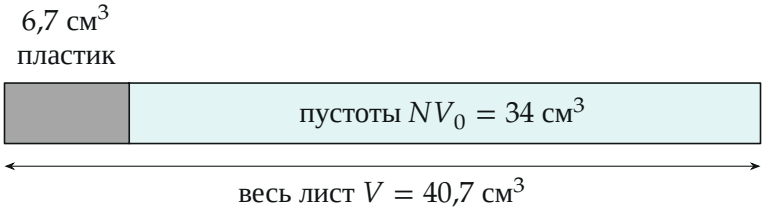


Объём ячейки: снизу ячейку закрывает палец, сверху заливаем воду из шприца

Тогда

$$V_{\text{мат-ла}} = 40{,}7 \text{ см}^3 - 20 \cdot 1{,}7 \text{ см}^3 = 6{,}7 \text{ см}^3,$$

$$\rho_{\text{мат-ла}} = \frac{m}{V - NV_0} = \frac{7{,}5 \text{ г}}{6{,}7 \text{ см}^3} \approx 1{,}1 \text{ г/см}^3.$$



Из чего состоит объём листа: пластика всего шестая часть

Обратите внимание: объём пластика — малая разность двух больших чисел ($40{,}7 - 34$), поэтому погрешность плотности материала велика. Ошибка толщины на 0,2 мм меняет V на 1,4 см^3, ошибка V_0 на 0,05 мл даёт 1 см^3 на 20 ячеек. Отсюда $V_{\text{мат-ла}} = 6{,}7 \pm 2$ см^3, $\rho_{\text{мат-ла}} \approx 1{,}1 \pm 0{,}3$ г/см^3. Чтобы уменьшить погрешность, толщину надо мерить по стопке, а V_0 — по многим ячейкам.

Проверка. Размерности: г/см^2, г/см^3, г/см^3. Порядок величин: $\rho_{\text{тела}} < \rho_{\text{в}} < \rho_{\text{мат-ла}}$ — лист плавает в воде, пока ячейки заполнены воздухом, а сам пластик тонет; табличная плотность поликарбоната 1,2 г/см^3 попадает в наш интервал. Доля пластика в листе $\rho_{\text{тела}}/\rho_{\text{мат-ла}} \approx 0{,}16$ совпадает с отношением объёмов $6{,}7/40{,}7$ — так и должно быть, ведь масса одна и та же.

Ответ. 1) $\sigma = m/(LH) \approx 0{,}11$ г/см^2; 2) $\rho_{\text{тела}} = m/(LHb) \approx 0{,}18$ г/см^3; 3) $\rho_{\text{мат-ла}} = m/(LHb - NV_0) \approx 1{,}1$ г/см^3 (по данным организаторов 1,12).