# Утенок

**Задача 1.** [ВсОШ 2024/25, региональный этап, 8 класс, задача 1 (практический тур)] «Утёнок».

Определите:

1. плотность неизвестной жидкости в стаканчике $\rho$;
2. среднюю плотность утёнка $\rho_{ср}$;
3. плотность материала $\rho_м$, из которого изготовлен утёнок.

Плотность воды равна $\rho_0 = 1000$ кг/м$^3$. Оценка погрешности в задаче не требуется.

Внимание: контейнер с водой имеет массу, превышающую 200 г, поэтому прямое помещение этой ёмкости на весы может вывести их из строя. В этом случае замены весов не будет. Выливать полностью из стаканчика неизвестную жидкость нельзя.

Оборудование: резиновый утёнок с извлекаемой «пищалкой»; шприц без иглы 20 мл; электронные весы; стаканчик с неизвестной жидкостью; контейнер с чистой водой; две зубочистки; салфетки для поддержания чистоты на рабочем месте.

▲ **Решение. Что происходит.** Все три плотности — масса, делённая на объём; весы меряют массы, значит, задача сводится к измерению трёх объёмов. Объём жидкости даёт шкала шприца. Внешний объём утёнка — гидростатическое взвешивание: если утёнка утопить в стаканчике зубочистками, весы покажут больше ровно на массу жидкости в объёме утёнка (закон Архимеда и третий закон Ньютона). Объём полости — масса воды, которой утёнка можно заполнить. Объём самой резины — разность внешнего объёма и объёма полости. Ниже — числа организаторов (утёнок из их комплекта; в регионах утята могли отличаться).

**Обозначения.** $m_ш$ — масса пустого шприца, $M$ — шприца с жидкостью; $M_1$ — показание весов со стаканчиком, $M_2$ — со стаканчиком и утопленным утёнком; $m$ — масса утёнка (без пищалки), $m_в$ — масса утёнка, заполненного водой; $V_{вне}$ — внешний объём утёнка, $V_{вну}$ — объём полости.

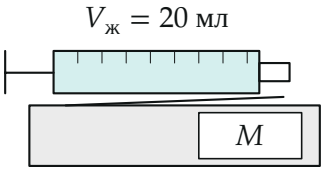
**1. Плотность жидкости.** Пустой шприц: $m_ш = 11{,}26$ г. Набираем

$V_ж = 20$ мл жидкости и взвешиваем пять раз:

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | среднее |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $M$, г | 32,70 | 32,78 | 32,74 | 32,65 | 32,71 | 32,72 |

$$\rho = \frac{M - m_ш}{V_ж} = \frac{(32{,}72 - 11{,}26)\cdot 10^{-3}\ \text{кг}}{20\cdot 10^{-6}\ \text{м}^3} \approx 1073\ \text{кг/м}^3.$$

Жидкость из стаканчика после взвешивания возвращаем обратно: выливать её нельзя, она понадобится дальше.



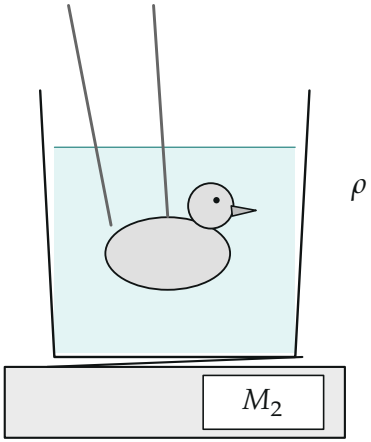

*Взвешивание шприца с 20 мл жидкости*

**2. Средняя плотность утёнка.** Масса утёнка без пищалки $m = 4{,}34$ г (с пищалкой 4,47 г; пищалку вынимаем, чтобы утёнок заполнялся водой в п. 3). Стаканчик с жидкостью на весах: $M_1 = 153{,}64$ г. Утёнок легче жидкости и всплывает, поэтому топим его целиком двумя зубочистками, не касаясь стенок и дна.

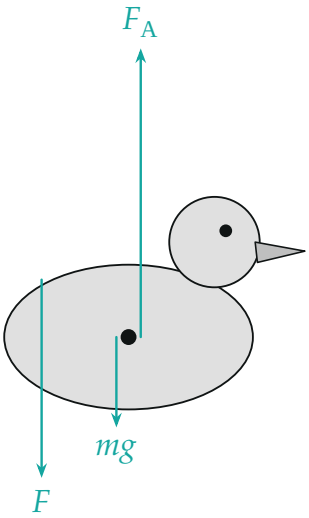
Почему показание растёт ровно на $\rho V_{вне}$. Запишем условие равновесия утёнка: сила Архимеда уравновешивает силу тяжести и силу $F$ нажима зубочисток, $F_A = mg + F$. По третьему закону Ньютона утёнок давит на жидкость с силой $F_A$ вниз, и она через дно передаётся на весы. Значит,

$$(M_2 - M_1)g = F_A = \rho g V_{вне} \quad \Rightarrow \quad V_{вне} = \frac{M_2 - M_1}{\rho}.$$

Объём погружённых кончиков зубочисток мал по сравнению с объёмом утёнка (порядка 0,01 мл против 13 мл).



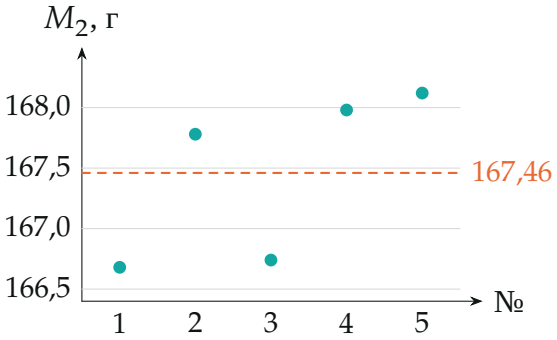

*Гидростатическое взвешивание: утёнок утоплен зубочистками в стаканчике на весах*




*Силы на утопленного утёнка: $F_A = mg + F$ (длины стрелок по измеренным величинам)*

Пять измерений $M_2$:

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | среднее |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $M_2$, г | 166,68 | 167,78 | 166,74 | 167,98 | 168,12 | 167,46 |




*Разброс показаний $M_2$ и их среднее. Разброс около 1 г — из-за пузырьков воздуха на утёнке и глубины погружения зубочисток*

$$V_{\text{вне}} = \frac{(167{,}46 - 153{,}64)\ \text{г}}{1{,}073\ \text{г/мл}} \approx 12{,}88\ \text{мл},$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{m}{V_{\text{вне}}} = \frac{4{,}34\ \text{г}}{12{,}88\ \text{мл}} \approx 0{,}337\ \frac{\text{г}}{\text{мл}} = 337\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**3. Плотность материала.** Утёнка без пищалки погружаем в контейнер с чистой водой, несколько раз сжимаем и отпускаем, пока из полости не выйдет весь воздух, достаём, вытираем снаружи и взвешиваем: $m_{\text{в}} = 14{,}08$ г (среднее). Вода внутри заполняет полость:

$$V_{\text{вну}} = \frac{m_{\text{в}} - m}{\rho_0} = \frac{(14{,}08 - 4{,}34)\ \text{г}}{1\ \text{г/мл}} = 9{,}74\ \text{мл}.$$

Объём резины — внешний объём без полости, $V_{\text{вне}} - V_{\text{вну}} = 3{,}14$ мл:

$$\rho_{\text{м}} = \frac{m}{V_{\text{вне}} - V_{\text{вну}}} = \frac{4{,}34\ \text{г}}{3{,}14\ \text{мл}} \approx 1{,}38\ \frac{\text{г}}{\text{мл}} \approx 1380\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

**Обратите внимание:** контейнер с водой нельзя ставить на весы (он тяжелее 200 г), поэтому взвешивается сам утёнок с водой внутри, а не контейнер. И внешний объём меряют в жидкости из стаканчика — для неё и нужна плотность $\rho$ из п. 1.

**Проверка.** Плотность резины 1,1–1,5 г/см$^3$ — полученные 1,38 г/см$^3$ в этом диапазоне. Средняя плотность меньше плотности воды и жид-

кости — утёнок плавает, как и наблюдается. Связь трёх ответов: $\rho_{ср} = \rho_м \cdot \frac{V_{вне} - V_{вну}}{V_{вне}} = 1380 \cdot \frac{3{,}14}{12{,}88} \approx 336$ кг/м$^3$ — сходится.

Физический смысл: утёнок плавает не потому, что резина лёгкая (она тяжелее воды), а потому, что три четверти его объёма — воздух.

**Ответ.** 1) $\rho \approx 1073$ кг/м$^3$; 2) $\rho_{ср} \approx 337$ кг/м$^3$; 3) $\rho_м \approx 1380$ кг/м$^3$ (по данным организаторов; у другого утёнка числа 2 и 3 будут свои).