Трижды два

Задача 2. [ВсОШ 2024/25, заключительный этап, 10 класс, практический тур, задача 2] «Трижды два».

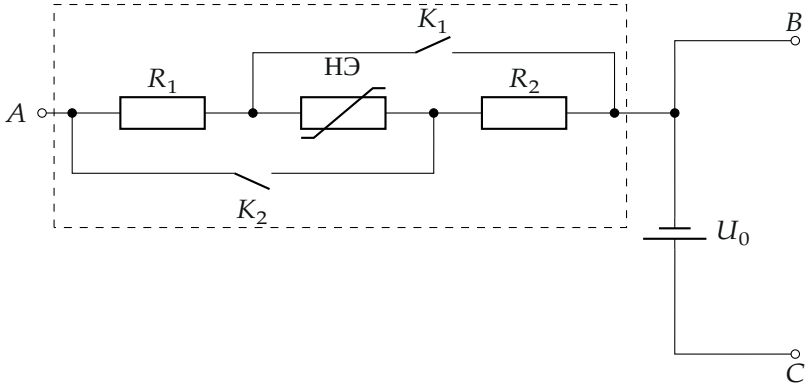
Оборудование: серый ящик, источник питания, вольтметр (мультиметр со щупами), резистор с известным сопротивлением $R = (430 \pm 5)$ Ом, потенциометр, макетная плата, 8 соединительных проводов, 2 провода «крокодил–крокодил», миллиметровая бумага для построения графиков.

Серый ящик, схема которого изображена на рисунке, состоит из двух резисторов сопротивлениями R_1 и R_2, нелинейного элемента НЭ и двух ключей — K_1 и K_2. Полярность источника питания, подключённого к серому ящику, указана на рисунке. Внутренним сопротивлением источника, а также сопротивлением проводов можно пренебречь. Вольтметр считайте идеальным.

Обязательно укажите в работе номер выданного пакета с оборудованием. Считайте, что относительная погрешность вольтметра равна 1%.

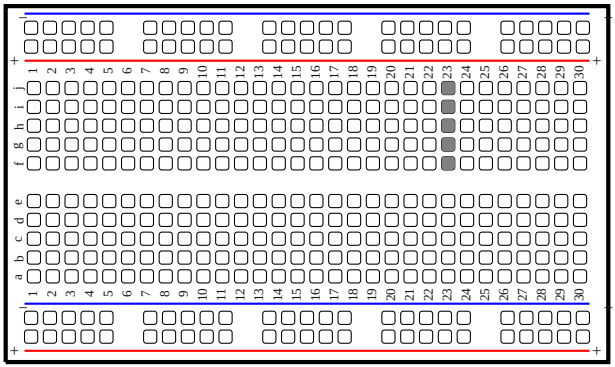
Внимание!

- Ни в коем случае не закорачивайте источник питания (нельзя соединять точки B и C) и не подключайте серый ящик напрямую к источнику (нельзя соединять точки A и C). Для подачи напряжения на серый ящик подсоедините последовательно к нему в точке A выданный вам резистор R.
- Учтите, что при протекании большого тока через потенциометр он может выйти из строя.
- Обратите внимание, что подписи «ON»/«OFF» на ключах K_1 и K_2 не обязательно соответствуют замкнутому и разомкнутому положениям.
- Мультиметр можно использовать только в режиме вольтметра.



1. Определите напряжение источника U_0.
2. Определите, в каком положении — налево (в сторону вывода A) или направо (в сторону выводов B и C) — ключи в сером ящике замкнуты, а в каком — разомкнуты. Свой ответ обоснуйте.
3. Найдите значения сопротивлений резисторов R_1 и R_2. В этом пункте построение графиков не обязательно.
4. Проведите измерения и постройте вольт-амперную характеристику нелинейного элемента. Оценка погрешностей в этом пункте не требуется.

Примечание: макетная плата (см. рис.) используется для соединения проводов и подключения различных элементов. Каждые пять соседних гнёзд макетной платы, расположенные в одном столбце внутри платы, соединены между собой (на рисунке серым цветом отмечен один из таких столбцов). Гнёзда макетной платы, расположенные в двух крайних строках платы с каждой её стороны, промаркированные красным и синим цветами, также соединены между собой.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это «серый ящик»: внутреннее устройство известно, а положения ключей и параметры элементов — нет. Ключи перестраивают соединение: оба разомкнуты — R_1, НЭ и R_2 последовательно; оба замкнуты — все три параллельно между A и B, причём НЭ включается в обратном направлении. Значит, сопротивление ящика наибольшее при разомкнутых ключах и наименьшее при замкнутых — это и опознаёт положения. Ток всюду измеряем косвенно: вольтметром по напряжению на известном резисторе R (закон Ома). Если один ключ замкнут, а другой разомкнут, ключ закорачивает пару «резистор + НЭ», и ток идёт через один резистор — так находятся R_1 и R_2 без всякого знания ВАХ НЭ.

Обозначения. U_{AB} — напряжение на сером ящике, U_{AC} — на резисторе R (он включён между A и C), ток в цепи $I = U_{AC}/R$. Индекс «СЯ» — серый ящик.

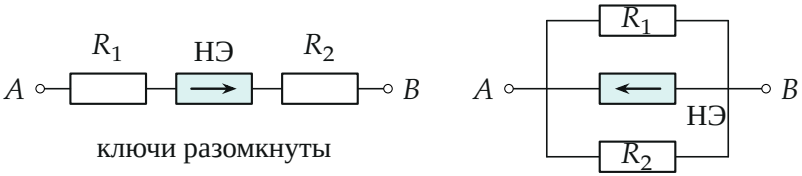
Пункт 1. Напряжение источника. Вольтметр между B и C (сам вольтметр идеален и источник не закорачивает): $U_0 = (9{,}5 \pm 0{,}1)$ В. Погрешность — 1% вольтметра.

Пункт 2. Положения ключей. Собираем цепь «источник — R — серый ящик» и для четырёх положений ключей меряем U_{AB} и U_{AC}, сопротивление ящика $R_{СЯ} = R\,U_{AB}/U_{AC}$ (данные организаторов; U_{AB} +

$U_{AC} \approx U_0$, как и требует второй закон Кирхгофа):

K_1	K_2	U_{AB}, В	U_{AC}, В	I, мА	$R_{\text{СЯ}}$, Ом
лево	лево	7,88	1,68	3,9	2017
право	право	3,30	6,13	14,3	231
лево	право	5,61	3,88	9,0	622
право	лево	7,01	2,52	5,9	1196

Наименьший ток («лево–лево») — последовательное соединение, наибольший («право–право») — параллельное. Значит, у обоих ключей положение **вправо — замкнут, влево — разомкнут**.



Эквивалентные схемы серого ящика. Стрелка внутри НЭ — его прямое направление (от A к B при разомкнутых ключах); при замкнутых НЭ включён в обратном направлении.

Пункт 3. Сопротивления R_1 и R_2. *K_1 разомкнут, K_2 замкнут* («лево–право»): ключ K_2 соединяет A с точкой между НЭ и R_2, т. е. закорачивает последовательно соединённые R_1 и НЭ; весь ток ящика идёт через R_2. Ток один и тот же через R и R_2 (последовательное соединение), закон Ома для каждого:

$$\frac{U_{AC}}{R} = \frac{U_{AB}}{R_2} \;\Rightarrow\; R_2 = R\,\frac{U_{AB}}{U_{AC}} = 430 \cdot \frac{5{,}61}{3{,}88} \approx 622 \text{ Ом}.$$

K_1 замкнут, K_2 разомкнут («право–лево»): закорочены НЭ и R_2, ток идёт через R_1:

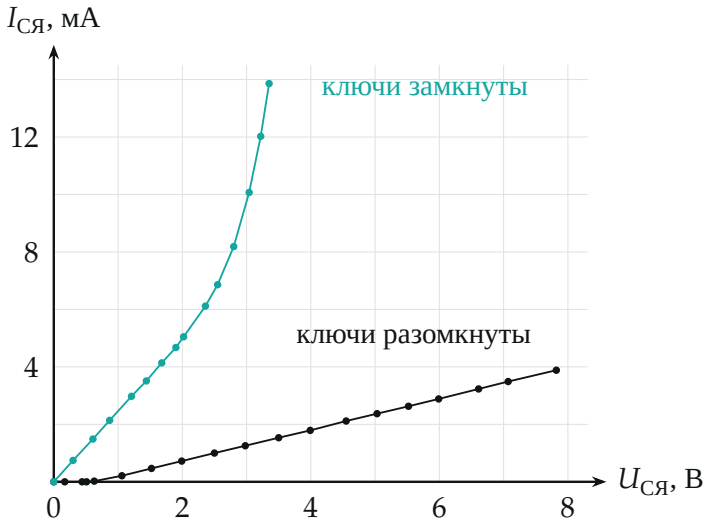
$$R_1 = R\,\frac{U_{AB}}{U_{AC}} = 430 \cdot \frac{7{,}01}{2{,}52} \approx 1196 \text{ Ом}.$$

Погрешность: при умножении и делении относительные погрешности складываются: $\varepsilon = \varepsilon_R + \varepsilon_{U_{AB}} + \varepsilon_{U_{AC}} \approx 1{,}2\% + 1\% + 1\% \approx 3\%$:

$$R_1 = (1196 \pm 40)\ \text{Ом}, \qquad R_2 = (622 \pm 20)\ \text{Ом}.$$

Проверка по двум оставшимся строкам таблицы. Последовательно: $R_{\text{СЯ}} = 2017\ \text{Ом} = R_1 + R_2 + R_{\text{НЭ}}$, откуда на НЭ при 3,9 мА приходится $\approx 0{,}75$ В — как в его ВАХ ниже. Параллельно: ток ящика 14,3 мА при 3,30 В, через резисторы $3{,}30/1196 + 3{,}30/622 = 8{,}1$ мА, через НЭ в обратном направлении ≈ 6 мА — тоже согласуется с ВАХ.

Пункт 4. ВАХ нелинейного элемента. *Схема:* источник через потенциометр (делитель напряжения) подаёт регулируемое напряжение на цепь «R — серый ящик»; ток $I_{\text{СЯ}} = U_R/R$, напряжение $U_{\text{СЯ}}$ меряем на ящике прямо. Снимаем ВАХ ящика при разомкнутых ключах (НЭ в прямом направлении последовательно с $R_1 + R_2$) и при замкнутых (НЭ в обратном направлении параллельно R_1 и R_2).



ВАХ серого ящика по данным организаторов: ключи разомкнуты (чёрные точки) и замкнуты (бирюзовые).

Пересчёт на НЭ. Последовательное соединение: ток общий, напряжения складываются (закон Кирхгофа для контура), поэтому

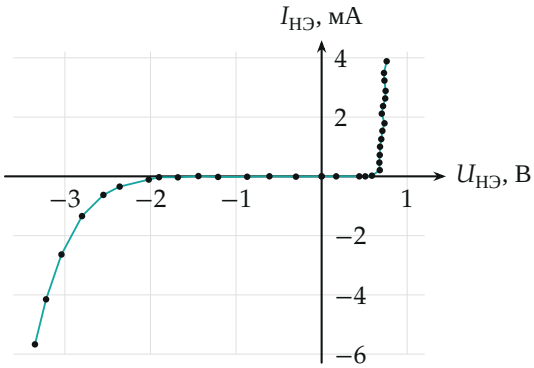
$$I_{НЭ} = I_{СЯ}, \qquad U_{НЭ} = U_{СЯ} - I_{СЯ}(R_1 + R_2).$$

Параллельное соединение: напряжение общее, токи складываются (закон Кирхгофа для узла); НЭ включён наоборот, поэтому знаки меняем:

$$U_{НЭ} = -U_{СЯ}, \qquad I_{НЭ} = -\left(I_{СЯ} - \frac{U_{СЯ}}{R_1} - \frac{U_{СЯ}}{R_2}\right).$$

Результат пересчёта (выборочно):

$U_{НЭ}$, В	−3,35	−3,04	−2,80	−2,55	−2,02	0,51	0,68	0,76
$I_{НЭ}$, мА	−5,67	−2,64	−1,34	−0,63	−0,11	0,00	1,00	3,88



ВАХ нелинейного элемента: в прямом направлении ток появляется около 0,6 В и растёт почти без роста напряжения (≈ 0,7 В); в обратном — заметный ток с ≈ 2 В, резкий рост («пробой») к 3 В.

Обратите внимание. Ток через НЭ при замкнутых ключах — не весь ток ящика: из него нужно вычесть токи через R_1 и R_2. Без этой поправки обратная ветвь ВАХ оказалась бы ложной «проводимостью» с самого нуля.

Проверка. Размерности: $R\,U/U$ — омы. Сумма напряжений $U_{AB} + U_{AC} = 9{,}49 \div 9{,}56$ В во всех строках таблицы совпадает с $U_0 = 9{,}5$ В.

Независимая проверка R_1, R_2 по строкам «лево–лево» и «право–право» (пункт 3) сходится с ВАХ НЭ. Смысл: НЭ ведёт себя как кремниевый диод в прямом направлении и как элемент с пробоем около 2–3 В в обратном.

Ответ. 1) $U_0 = (9{,}5 \pm 0{,}1)$ В; 2) у обоих ключей: вправо — замкнут, влево — разомкнут; 3) $R_1 = (1196 \pm 40)$ Ом, $R_2 = (622 \pm 20)$ Ом; 4) ВАХ НЭ — на графике: прямая ветвь открывается при $\approx 0{,}6$ В и далее $U_{\text{НЭ}} \approx 0{,}7$ В, обратная — ток заметен с ≈ 2 В и резко растёт к 3–3,4 В.