Трижды два

Задача 2. [ВсОШ 2024/25, 9 класс, задача 2] «Трижды два».

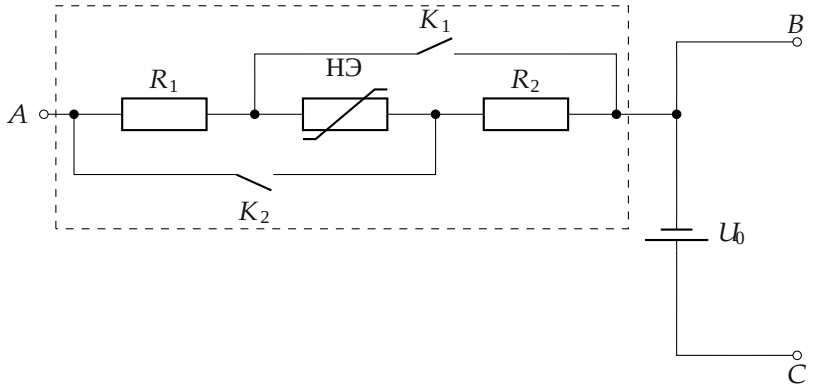
Оборудование: серый ящик, источник питания, вольтметр (мультиметр со щупами), резистор с известным сопротивлением $R = (430 \pm 5)$ Ом, потенциометр, макетная плата, 8 соединительных проводов, 2 провода «крокодил–крокодил», наклейки, масштабно-координатная бумага для построения графиков.

Серый ящик, схема которого изображена на рис. 1, состоит из двух резисторов сопротивлениями R_1 и R_2, нелинейного элемента НЭ и двух ключей — K_1 и K_2. Полярность источника питания, подключённого к серому ящику, указана на рис. 1. Внутренним сопротивлением источника, а также сопротивлением проводов можно пренебречь. Вольтметр считайте идеальным.

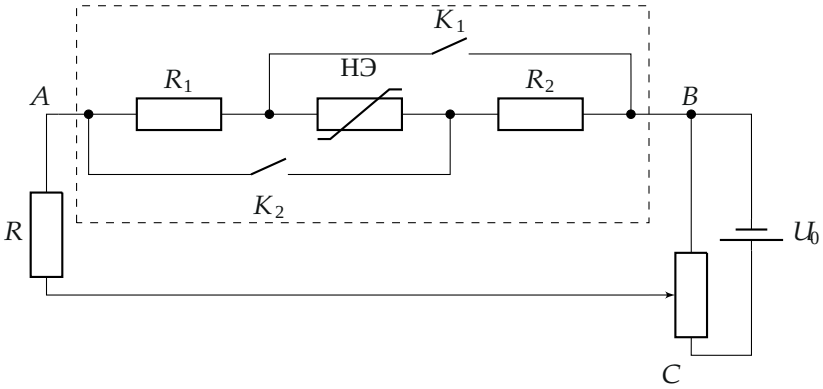
Обязательно укажите в работе номер выданного пакета с оборудованием. При выполнении работы можно использовать наклейки (например, для маркировки проводов). Погрешность вольтметра примите равной 1%.

Внимание!

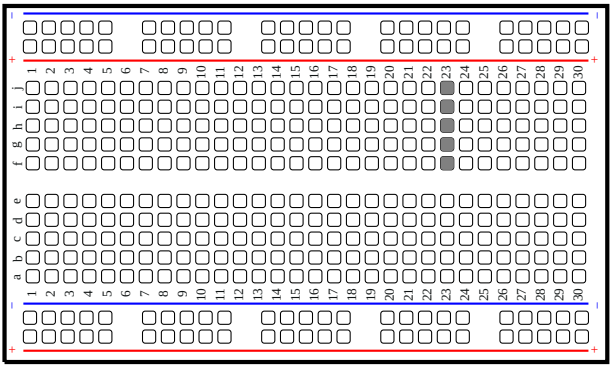
1. Ни в коем случае не закорачивайте источник питания (нельзя соединять точки B и C) и не подключайте серый ящик напрямую к источнику (нельзя соединять точки A и C). Для подачи напряжения на серый ящик подсоедините последовательно к нему в точке A выданный вам резистор R.
2. Мультиметр можно использовать только в режиме вольтметра. Режимами омметра и амперметра пользоваться запрещено!



1. Определите напряжение источника U_0.
2. Экспериментально определите вольт-амперную характеристику (ВАХ) серого ящика для всех четырёх положений ключей, пользуясь схемой, приведённой на рис. 2. Постройте графики ВАХ. Для линейных зависимостей необходимо не менее 7 точек, для нелинейных — 11. Допускается построение нескольких зависимостей на одном поле графика, при условии, что эти зависимости подписаны.
3. Определите, в каком положении — налево (в сторону вывода A) или направо (в сторону выводов B и C) — ключи в сером ящике замкнуты, а в каком — разомкнуты. Свой ответ обоснуйте. Доверять маркировке ON/OFF на ключах не рекомендуется.
4. Найдите величину сопротивлений резисторов R_1 и R_2. Оцените погрешности найденных значений сопротивлений.
5. Постройте ВАХ нелинейного элемента. Указание погрешностей в данном пункте не требуется.



Примечание: макетная плата (рис. 3) используется для соединения проводов и подключения различных элементов. Каждые пять соседних гнёзд макетной платы, расположенные в одном столбце внутри платы, соединены между собой (на рисунке серым цветом отмечен один из таких столбцов). Гнёзда макетной платы, расположенные в двух крайних строках платы с каждой её стороны, промаркированные красным и синим цветами, также соединены между собой.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Серый ящик — три элемента в ряд (R_1, НЭ, R_2) и два ключа-перемычки. Ключ K_1 замыкает накоротко пару «НЭ + R_2», ключ K_2 — пару «R_1 + НЭ». Значит, в четырёх положениях ключей ящик — четыре разные цепи, и по виду ВАХ (прямая или кривая, наклон) узнаём, какая из них включена. Ток без амперметра измеряем по напряжению на известном резисторе R: он стоит последовательно

с ящиком, ток у них общий. Класс задачи — электрический «серый ящик»: перебор состояний ключей и косвенное измерение тока.

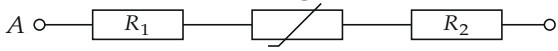
Обозначения. $U_{СЯ}$ — напряжение на ящике (между A и B), U_R — на резисторе $R = 430$ Ом, $I_{СЯ} = U_R/R$ — ток ящика; $U_{НЭ}$, $I_{НЭ}$ — напряжение и ток нелинейного элемента (положительные — в направлении от A к B).

Пункт 1. Напряжение источника. Вольтметр идеальный, тока не берёт, поэтому на выводах B и C он показывает ЭДС источника (внутреннего сопротивления нет):

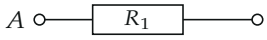
$$U_0 = (9{,}5 \pm 0{,}1)\ \text{В}.$$

Пункт 2. ВАХ ящика. Собираем схему рис. 2: потенциометр — делитель напряжения источника, с его движка через R подаём регулируемое напряжение на ящик. Для каждого положения движка измеряем $U_{СЯ}$ и U_R; ток по закону Ома для резистора $I_{СЯ} = U_R/R$. Схемы ящика при четырёх положениях ключей (если ключ замкнут — перемычка):

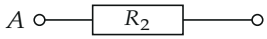
а) оба ключа разомкнуты:



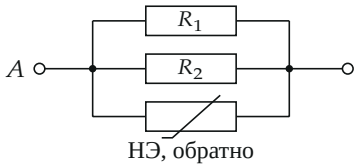
б) замкнут только K_1:



в) замкнут только K_2:



г) оба замкнуты:



Что остаётся между выводами ящика при разных состояниях ключей: а) всё последовательно; б) только R_1; в) только R_2; г) три элемента па-

раллельно, причём НЭ включён в обратную сторону (ток в нём — от B к A).

Почему в случае г) всё параллельно. K_2 соединяет вывод A с узлом между НЭ и R_2, а K_1 — узел между R_1 и НЭ с правым выводом. Тогда R_1 стоит между A и правым выводом, R_2 — тоже, а НЭ подключён левым концом к правому выводу, правым — к A: он развёрнут.

Измерения ($R = 430$ Ом, ток в мА):

K_1 вправо, K_2 влево

$U_{СЯ}$, В	0,50	1,00	1,51	2,01	2,48	2,92
$I_{СЯ}$, мА	0,81	1,63	2,42	3,23	4,00	4,70
$U_{СЯ}$, В	3,51	4,04	4,52	5,04	5,55	
$I_{СЯ}$, мА	5,67	6,51	7,26	8,09	8,91	

K_1 влево, K_2 вправо

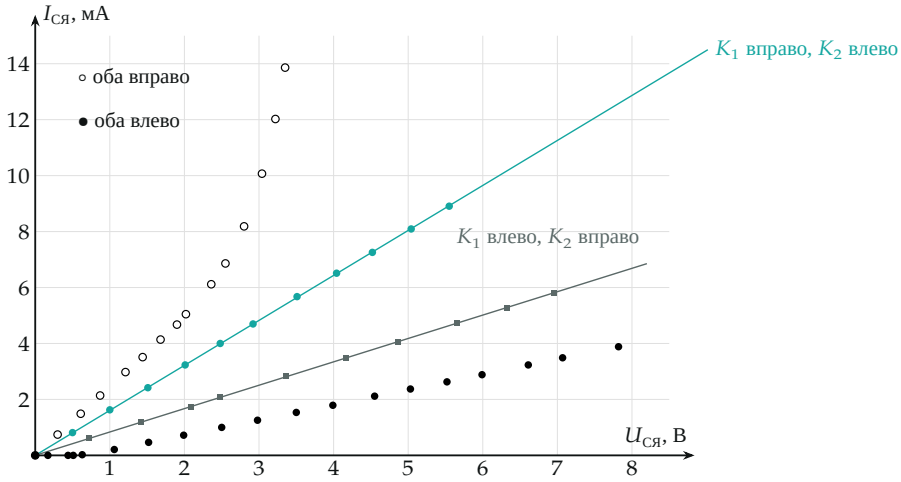
$U_{СЯ}$, В	0,72	1,42	2,09	2,48	3,36	4,17
$I_{СЯ}$, мА	0,60	1,19	1,74	2,07	2,84	3,47
$U_{СЯ}$, В	4,86	5,65	6,32	6,96		
$I_{СЯ}$, мА	4,07	4,72	5,28	5,81		

оба вправо

$U_{СЯ}$, В	0,30	0,61	0,87	1,21	1,44	1,68
$I_{СЯ}$, мА	0,74	1,49	2,14	2,98	3,51	4,14
$U_{СЯ}$, В	1,90	2,02	2,36	2,55	2,80	3,04
$I_{СЯ}$, мА	4,67	5,05	6,12	6,86	8,19	10,07
$U_{СЯ}$, В	3,22	3,35				
$I_{СЯ}$, мА	12,02	13,86				

оба влево

$U_{СЯ}$, В	0,17	0,44	0,51	0,63	1,06	1,52
$I_{СЯ}$, мА	0	0	0	0,02	0,21	0,47
$U_{СЯ}$, В	1,99	2,50	2,98	3,50	3,99	4,55
$I_{СЯ}$, мА	0,72	1,00	1,26	1,53	1,79	2,12
$U_{СЯ}$, В	5,03	5,52	5,99	6,61	7,07	7,82
$I_{СЯ}$, мА	2,37	2,63	2,88	3,23	3,49	3,88



ВАХ ящика при четырёх положениях ключей: две прямые через нуль (бирюзовые и серые точки) и две нелинейные (чёрные и белые кружки).

Пункт 3. Какое положение замыкает ключи. Сравним с картинкой эквивалентных схем. ВАХ «оба влево» начинается с порога около 0,6 В и дальше растёт почти прямо с наклоном $\approx (R_1 + R_2)^{-1}$ — это последовательная цепь а): ток мал, сопротивление ящика наибольшее. ВАХ «оба вправо» — самый большой ток при том же напряжении, сначала прямая (работают параллельные R_1 и R_2), затем резкий рост — пробой НЭ в обратном направлении: это параллельная цепь г). Значит, вправо — ключи замкнуты, влево — разомкнуты. Две оставшиеся ВАХ линейны — в них работает один резистор (б и в), что тоже согласуется с выводом.

Пункт 4. Сопротивления R_1 и R_2. При K_1 вправо (замкнут), K_2 влево в ящике остаётся только R_1 (схема б), при K_1 влево, K_2 вправо — только R_2 (схема в). Наклон прямой через нуль методом наименьших квадратов $k = \sum UI / \sum U^2$:

$$k_1 = 1{,}608\ \text{мА/В} \ \Rightarrow\ R_1 = \frac{1}{k_1} = 622\ \text{Ом},$$

$$k_2 = 0{,}836\ \text{мА/В} \ \Rightarrow\ R_2 = \frac{1}{k_2} = 1197\ \text{Ом}.$$

Погрешность. $R_x = R\,U_{СЯ}/U_R$: относительная погрешность R — 1,2 %,

каждого показания вольтметра — 1 % (оба измерены одним прибором, складываем как независимые: $\sqrt{2}\,\%$), разброс точек вокруг прямой — меньше 0,5 %. Итого около 2 %:

$$R_1 = (625 \pm 12)\ \text{Ом}, \qquad R_2 = (1200 \pm 25)\ \text{Ом}.$$

Обратите внимание: какой резистор R_1, а какой R_2, решает схема ящика: замкнутый K_1 закорачивает НЭ и R_2, остаётся R_1. У организаторов в итоговой таблице значения переставлены ($R_1 = 1200$, $R_2 = 625$ Ом), хотя на их же графике прямая «K_1 вправо» подписана как R_1 и даёт $\approx$ 620 Ом.

Пункт 5. ВАХ нелинейного элемента.

Прямое направление — ключи разомкнуты, НЭ последовательно с R_1 и R_2, ток общий. По закону Ома напряжение на резисторах $I_{\text{СЯ}}(R_1+R_2)$ вычитаем из напряжения на ящике:

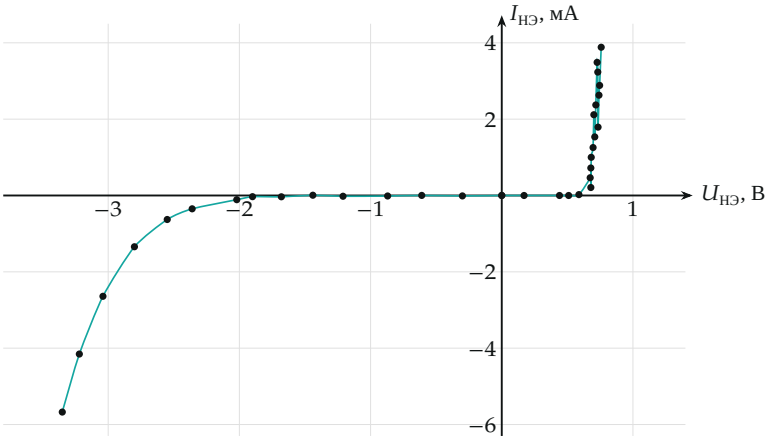
$$U_{\text{НЭ}} = U_{\text{СЯ}} - I_{\text{СЯ}}(R_1+R_2), \qquad I_{\text{НЭ}} = I_{\text{СЯ}}, \qquad R_1+R_2 = 1820\ \text{Ом}.$$

Обратное направление — ключи замкнуты, всё параллельно, напряжение общее. По первому правилу Кирхгофа ток НЭ — ток ящика минус токи резисторов, а знак минус — потому что НЭ развёрнут:

$$U_{\text{НЭ}} = -U_{\text{СЯ}}, \qquad I_{\text{НЭ}} = -\left(I_{\text{СЯ}} - \frac{U_{\text{СЯ}}}{R_1} - \frac{U_{\text{СЯ}}}{R_2}\right).$$

Сумма $R_1 + R_2$ и сумма $1/R_1 + 1/R_2$ от перестановки резисторов не зависят, поэтому ВАХ НЭ одна и та же при любом их названии.

$U_{\text{НЭ}}$, В	0,44	0,59	0,68	0,67	0,68	0,68
$I_{\text{НЭ}}$, мА	0	0,02	0,21	0,47	0,72	1,00
$U_{\text{НЭ}}$, В	0,70	0,71	0,70	0,75	−1,90	−2,02
$I_{\text{НЭ}}$, мА	1,26	1,53	2,12	2,88	−0,03	−0,11
$U_{\text{НЭ}}$, В	−2,36	−2,55	−2,80	−3,04	−3,22	−3,35
$I_{\text{НЭ}}$, мА	−0,35	−0,63	−1,34	−2,64	−4,15	−5,67



ВАХ нелинейного элемента, вычисленная из ВАХ ящика: в прямом направлении ток идёт от $\approx 0{,}6$ В и дальше напряжение почти не растёт ($\approx 0{,}7$ В); в обратном — тока нет до ≈ -2 В, затем пробой. Такая ВАХ — у стабилитрона (кремниевый диод с пробоем при $\approx 2{,}5$–3 В).

Проверка. У прямых б) и в) отношения U/I по отдельным точкам постоянны (614–624 и 1184–1203 Ом) — элементы действительно линейны. Начальный участок «оба вправо» (до 1,7 В, где НЭ ещё заперт) должен иметь сопротивление $R_1R_2/(R_1+R_2) = 410$ Ом; по таблице 1,68 В/4,14 мА $= 406$ Ом — сходится. Наклон «оба влево» после порога: $(3{,}88-1{,}00)$ мА$/(7{,}82-2{,}50)$ В даёт 1850 Ом $\approx R_1+R_2$ плюс малое дифференциальное сопротивление открытого НЭ.

Ответ. 1) $U_0 = (9{,}5 \pm 0{,}1)$ В; 2) ВАХ — в таблицах и на графике решения; 3) вправо ключи замкнуты, влево — разомкнуты (оба ключа); 4) $R_1 = (625 \pm 12)$ Ом, $R_2 = (1200 \pm 25)$ Ом (по схеме ящика R_1 остаётся при замкнутом K_1); 5) ВАХ НЭ — на графике: прямой порог $\approx 0{,}7$ В, обратный пробой с $\approx -2{,}3$ В.