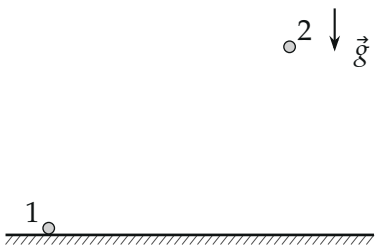
Фотография

Задача 1. [ВсОШ 2025-26, 9 класс, задача 1] На горизонтальной поверхности вплотную друг к другу расположены два небольших шарика 1 и 2. Им одновременно сообщили скорости во взаимно перпендикулярных направлениях, в результате чего шарики начали двигаться в одной вертикальной плоскости, не сталкиваясь. В момент, близкий к падению шарика 1, была сделана фотография, зафиксировавшая положения обоих шариков (см. рисунок). При этом ни один из них ещё не касался горизонтальной поверхности. Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.



Фотография с положениями шариков приведена в заданном масштабе на отдельном листе. Все необходимые построения выполняйте прямо на ней.

1. Найдите время t полёта шарика 1, если известно, что оно является максимально возможным.
2. Какие скорости v_1 и v_2 сообщили шарикам 1 и 2 соответственно?

▲ **Решение. Что происходит.** Шарики стартуют из одной точки и летят только под действием силы тяжести: перемещение каждого — равномерное движение со своей скоростью плюс общий для обоих «провал» вниз на $gt^2/2$. Вычтем провал: от точки на $gt^2/2$ ниже старта шарики разлетаются прямолинейно под прямым углом, значит, эта точка лежит на окружности с диаметром между шариками.

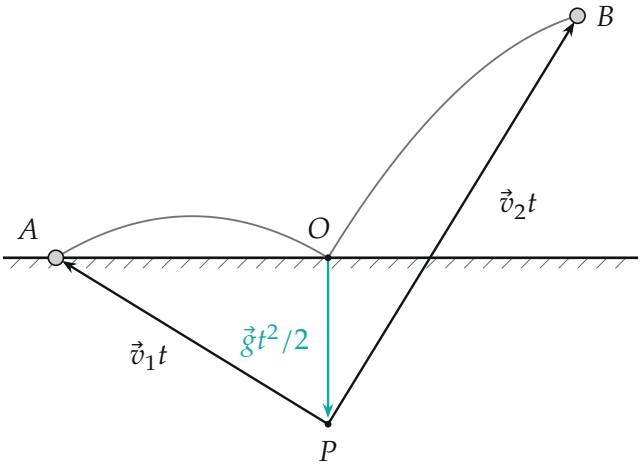
Обозначения. O — точка на поверхности, откуда стартовали шарики (на фотографии её нет); A и B — положения шариков 1 и 2 в момент съёмки; t — время от старта до съёмки; $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ — сообщённые скорости.

1. Перемещения шариков. Пока шарик не касался поверхности, он движется с ускорением $\vec{g}$. Запишем закон равноускоренного движения для каждого шарика от старта до съёмки:

$$\vec{OA} = \vec{v}_1 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}, \qquad \vec{OB} = \vec{v}_2 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}.$$

Отложим от O вниз вектор $\vec{OP} = \vec{g}t^2/2$ — туда упало бы тело, отпущенное в O без скорости. Тогда

$$\vec{PA} = \vec{OA} - \vec{OP} = \vec{v}_1 t, \qquad \vec{PB} = \vec{OB} - \vec{OP} = \vec{v}_2 t.$$



Траектории шариков (серые) и перемещения в «падающей» системе: от точки P шарики разлетаются прямолинейно и под прямым углом.

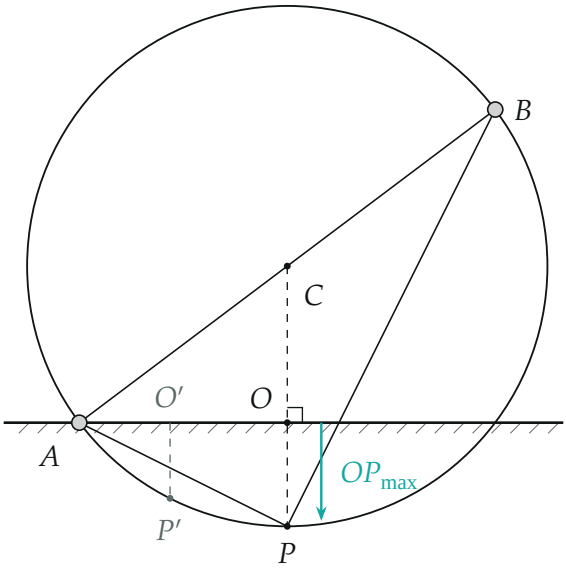
2. Окружность на диаметре AB. Скорости перпендикулярны, значит перпендикулярны и отрезки PA и PB. Угол APB прямой, поэтому P лежит на окружности с диаметром AB (теорема Фалеса); A и B есть на фотографии — окружность строим на ней.

3. Где точка P и чему равно время. Точка P лежит под точкой O

поверхности на глубине $h = OP$, и по ней определяется время:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Чем глубже P, тем дольше полёт; самая глубокая точка окружности — нижняя, на вертикали через центр C. Перпендикуляр из C к поверхности пересекает её в точке O, а окружность — в точке P.



Построение на фотографии: P — самая глубокая точка окружности. Любая другая точка, например P', соответствует меньшему времени.

4. Измерения и ответ. Бланка с фотографией в заданном масштабе в опубликованных материалах олимпиады нет (наши рисунки — схема в пропорциях условия), поэтому длины берём из официального решения: $OP_{\max} \approx 2{,}5$ м, и

$$t = \sqrt{\frac{2\,OP_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5\ \text{м}}{9{,}8\ \text{м/с}^2}} \approx 0{,}71\ \text{с}.$$

Скорости — из $\vec{PA} = \vec{v}_1 t$, $\vec{PB} = \vec{v}_2 t$ при $AP \approx 4{,}3$ м, $BP \approx 7{,}1$ м:

$$v_1 = \frac{AP}{t} \approx \frac{4{,}3\text{ м}}{0{,}71\text{ с}} \approx 6{,}0\text{ м/с}, \qquad v_2 = \frac{BP}{t} \approx \frac{7{,}1\text{ м}}{0{,}71\text{ с}} \approx 10{,}0\text{ м/с}.$$

Обратите внимание: скорость — это PA/t, а не OA/t: отрезок OA включает падение $gt^2/2$. Точка P — не положение шарика и не старт, а вспомогательная точка свободного падения.

Проверка: для хорды из нижней точки окружности $PA^2 = AB \cdot$ (высота A над P); шарик 1 почти на поверхности, высота $\approx OP$: $AP^2 \approx 18{,}5$ м^2 против $AB \cdot OP \approx 8{,}3 \cdot 2{,}5 \approx 21$ м^2 ($AB = \sqrt{AP^2 + BP^2}$) — согласие в пределах точности измерений (около 10 %).

Смысл: время полёта задаёт глубина точки свободного падения; наибольшей глубине соответствует нижняя точка окружности.

Ответ. 1) $t \approx 0{,}71$ с; 2) $v_1 \approx 6{,}0$ м/с, $v_2 \approx 10{,}0$ м/с.