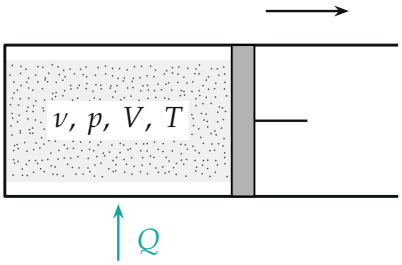
Газ с pVT = const

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 11 класс, задача 1] «Газ с $pVT = \text{const}$».

При расширении $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа в процессе, при котором $pVT = \text{const}$ (p — давление, V — объём, T — температура газа), им была совершена работа $A = 2{,}74$ кДж. Начальная температура газа $T_1 = 300$ К. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31 \dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

1. Найдите конечную температуру газа T_2. Ответ дайте в кельвинах с точностью до целого числа.
2. Найдите изменение внутренней энергии газа ΔU в процессе. Ответ дайте в килоджоулях с точностью до целого числа.
3. Какое количество теплоты Q было подведено к газу в процессе? Ответ дайте в килоджоулях с точностью до сотых долей.
4. Во сколько раз изменился объём газа при расширении в данном процессе? Ответ дайте с точностью до сотых долей.



Поясняющий рисунок: газ под поршнем расширяется, получая теплоту Q

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на изопроцессы и первый закон термодинамики. Условие $pVT = \text{const}$ выглядит необычно, но уравнение состояния сразу показывает: произведение pV само пропорционально T, значит, постоянна температура. Процесс — изотермический, дальше всё стандартно: $\Delta U = 0$, тепло целиком идёт в работу, а работа связана с отношением объёмов через логарифм.

Обозначения. p_1, V_1 и p_2, V_2 — давление и объём в начале и в конце; A — работа газа; Q — подведённая теплота; ΔU — изменение внутренней энергии.

1. Пункт 1: что постоянно в процессе. Уравнение Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$ подставим в уравнение процесса — так из трёх переменных останется одна:

$$pV \cdot T = \nu RT \cdot T = \nu R\, T^2 = \text{const} \quad \Longrightarrow \quad T = \text{const}.$$

Количество газа ν не меняется, поэтому постоянна сама температура: $T_2 = T_1 = 300$ К. Тогда $pV = \nu RT_1 = \text{const}$ — на диаграмме $p(V)$ процесс идёт по гиперболе (рис. 1).

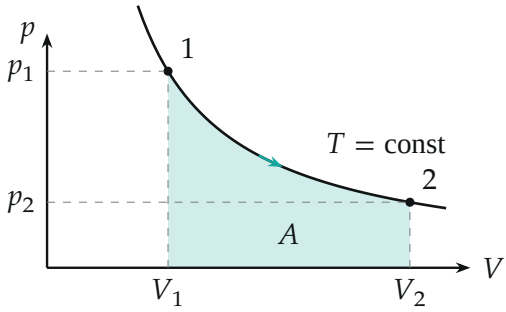


Рис. 1. Процесс $pVT = \text{const}$ — изотерма; работа газа равна площади под ней (масштаб: $V_2 = 3V_1$)

2. Пункт 2: внутренняя энергия. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$ зависит только от температуры, поэтому

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}\nu R\,(T_2 - T_1) = 0.$$

3. Пункт 3: теплота. Первый закон термодинамики для газа: подведённая теплота идёт на изменение внутренней энергии и на работу газа,

$$Q = \Delta U + A = 0 + A = 2{,}74 \text{ кДж}.$$

Знак «плюс»: теплоту газу подводят. Вся она уходит в работу — внутренняя энергия не меняется (рис. 2).

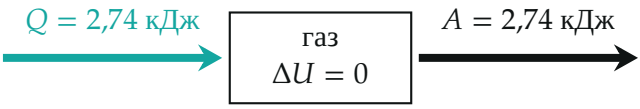


Рис. 2. Баланс энергии в изотермическом процессе: сколько тепла пришло, столько ушло в работу

4. Пункт 4: работа и отношение объёмов. Работа газа — площадь под графиком $p(V)$ (рис. 1). Давление выразим из уравнения состояния при постоянной температуре T_1: $p = \dfrac{\nu R T_1}{V}$. Тогда

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \nu R T_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Отсюда

$$\frac{V_2}{V_1} = \exp\left(\frac{A}{\nu R T_1}\right) = \exp\left(\frac{2740}{1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}\right) = e^{1{,}099} \approx 3{,}00.$$

Объём вырос втрое; давление при этом упало тоже втрое: $p_2 = p_1/3$.

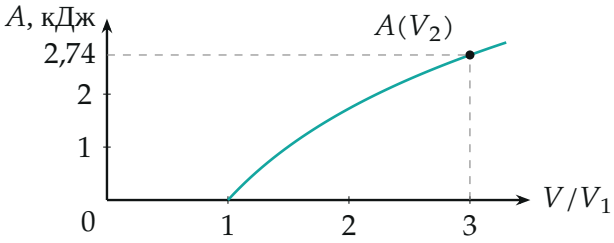


Рис. 3. Работа изотермического расширения $A = \nu R T_1 \ln(V/V_1)$ при $\nu R T_1 = 2{,}49$ кДж: значение 2,74 кДж достигается при $V = 3{,}00\,V_1$

Обратите внимание. Процесс $pVT = \text{const}$ «маскирует» изотерму. Если не подставить уравнение состояния, легко начать искать T_2 через сложный интеграл, хотя ответ пункта 1 — просто T_1.

Проверка. Размерность: $\dfrac{A}{\nu R T} = \dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль·К}} \cdot \text{К}}$ — безразмерная, как и должно быть под экспонентой. Предел: при $A \to 0$ получаем

$V_2/V_1 \to 1$ — газ не расширился. Второй способ для пункта 4: при $V_2 = 3V_1$ работа $\nu RT_1 \ln 3 = 2493 \cdot 1{,}0986 \approx 2739$ Дж — совпадает с условием.

Итог: процесс изотермический, вся теплота уходит в работу, а работа определяет логарифм отношения объёмов.

Ответ. 1) $T_2 = T_1 = 300$ К; 2) $\Delta U = 0$ кДж; 3) $Q = A = 2{,}74$ кДж; 4) $\dfrac{V_2}{V_1} = \exp\dfrac{A}{\nu RT_1} \approx 3{,}00$.