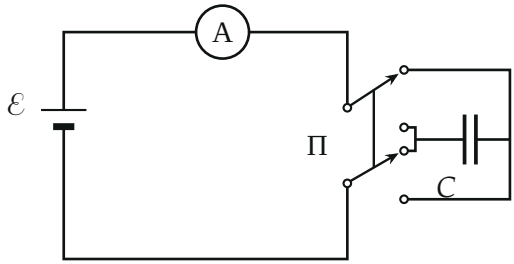
Конденсатор и переключатель полярности

Задача 4. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 11 класс, задача 4] «Конденсатор и переключатель полярности».

Электрическая цепь состоит из источника ЭДС с пренебрежимо малым сопротивлением, конденсатора ёмкостью $C = 300$ мкФ, стрелочного амперметра с сопротивлением $R_A = 5$ Ом и переключателя П, способного очень быстро менять полярность подключения конденсатора в цепи. Полярность меняется с частотой $\nu = 10$ Гц, при этом показания амперметра составляют $I = 100$ мА, а стрелка прибора практически не дрожит. Считайте, что показания стрелочного амперметра определяются средней величиной силы тока в цепи.



1. Какова ЭДС $\mathcal{E}$ источника? Ответ дайте в вольтах с точностью до десятых долей.
2. Какой заряд q проходит через источник за время между двумя последовательными переключениями полярности? Ответ дайте в милликулонах с точностью до десятых долей.
3. Какую среднюю мощность P развивает при таком режиме работы источник ЭДС? Ответ дайте в ваттах с точностью до сотых долей.
4. Каковы были бы показания I' амперметра тепловой системы с таким же сопротивлением? Считайте, что показания амперметра тепловой системы определяются средней тепловой мощностью электрического тока, выделяющейся на сопротивлении амперметра. Ответ дайте в миллиамперах с точностью до целого числа.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на перезарядку конденсатора и на среднее значение тока. Между переключениями конденсатор

успевает полностью зарядиться до $\mathcal{E}$: постоянная времени $\tau = R_A C = 5 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 1{,}5$ мс много меньше промежутка $1/\nu = 0{,}1$ с. Переключатель переворачивает заряженный конденсатор, и он оказывается включённым «навстречу» прежнему: напряжение на нём надо поменять с $+\mathcal{E}$ на $-\mathcal{E}$. Через источник проходит короткий импульс тока, всегда в одну сторону. Стрелочный прибор усредняет эти импульсы, а тепловой реагирует на среднюю мощность — поэтому показания у них разные.

Обозначения. $q_0 = C\mathcal{E}$ — заряд полностью заряженного конденсатора; $\Delta t = 1/\nu$ — промежуток между переключениями; q — заряд, прошедший через источник за Δt; W — работа источника за Δt; $i(t)$ — мгновенный ток; I — средний ток.

Как работает переключатель. Верхний и нижний контакты справа соединены с одной (правой) обкладкой конденсатора, два средних — с другой (левой). В показанном положении верхний полюс цепи подключён к правой обкладке, нижний — к левой; переброс ножей меняет их местами (рис. 1).

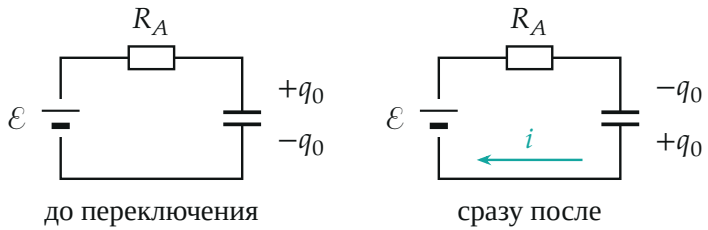


Рис. 1. Эквивалентная схема: источник, сопротивление амперметра R_A и конденсатор в одной цепи. Сразу после переключения заряды на обкладках переставлены — по цепи идёт импульс тока i

1. Пункт 1: заряд за одно переключение. До переключения верхняя (по рис. 1) обкладка имеет заряд $+q_0 = C\mathcal{E}$. После переключения к той же точке цепи подсоединена обкладка с зарядом $-q_0$, а в конце перезарядки там снова должен быть $+q_0$. Закон сохранения заряда для этой точки цепи: через источник прошёл заряд

$$q = q_0 - (-q_0) = 2C\mathcal{E}.$$

2. Средний ток. За время $\Delta t = 1/\nu$ происходит одно переключение, значит, средний ток — это заряд за переключение, делённый на Δt:

$$I = \frac{q}{\Delta t} = 2C\mathcal{E}\nu \quad \Longrightarrow \quad \mathcal{E} = \frac{I}{2C\nu} = \frac{0{,}1}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10}\ \text{В} \approx 16{,}7\ \text{В}.$$

Импульсы тока идут всегда в одну сторону (рис. 2), поэтому стрелка отклоняется на средний ток и не дрожит: частота 10 Гц для стрелочного прибора велика.

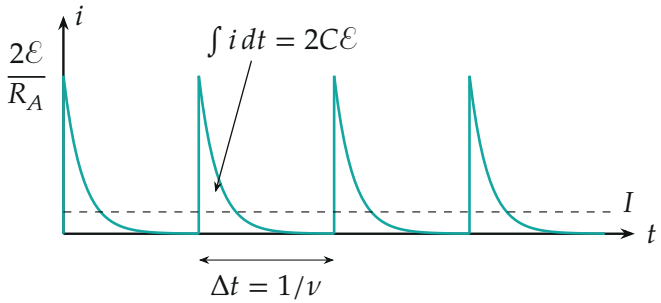


Рис. 2. Ток через источник: после каждого переключения — импульс, площадь под которым равна $2C\mathcal{E}$ (ширина импульса $\tau = R_A C$ на рисунке сильно увеличена: на самом деле $\tau/\Delta t = 0{,}015$). Пунктир — средний ток I

3. Пункт 2: заряд между переключениями. Это заряд одного импульса из шага 1:

$$q = 2C\mathcal{E} = \frac{I}{\nu} = \frac{0{,}1}{10}\ \text{Кл} = 10{,}0\ \text{мКл}.$$

4. Пункт 3: мощность источника. Работа источника над зарядом q равна $W = \mathcal{E}q$ (ток через источник всё время в одну сторону — источник всё время отдаёт энергию). Средняя мощность:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \mathcal{E}q\nu = \mathcal{E}I = \frac{I^2}{2C\nu} = 16{,}7 \cdot 0{,}1\ \text{Вт} \approx 1{,}67\ \text{Вт}.$$

5. Пункт 4: куда уходит энергия. Закон сохранения энергии для цепи за время между переключениями: работа источника идёт на изменение

энергии конденсатора и на тепло в амперметре. Энергия конденсатора $\dfrac{C\mathcal{E}^2}{2}$ в начале и в конце перезарядки одна и та же (знак заряда на энергию не влияет), поэтому всё уходит в тепло (рис. 3):

$$Q_\text{т} = W = 2C\mathcal{E}^2, \qquad P_\text{т} = Q_\text{т}\nu = P.$$

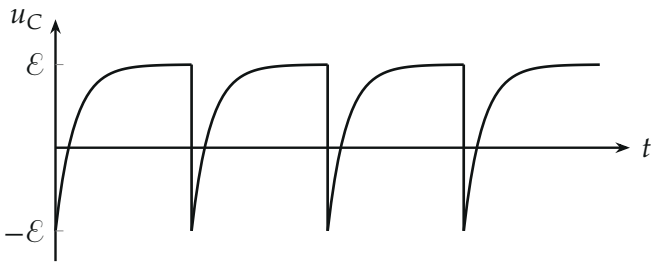


Рис. 3. Напряжение на конденсаторе (относительно одной и той же точки цепи): переключатель мгновенно меняет $+\mathcal{E}$ на $-\mathcal{E}$, затем конденсатор перезаряжается обратно к $+\mathcal{E}$. Энергия $Cu_C^2/2$ в конце каждого промежутка та же — работа источника целиком переходит в тепло

6. Показание теплового амперметра. Тепловой прибор показывает такой постоянный ток I', который давал бы на его сопротивлении ту же среднюю мощность:

$$I'^2 R_A = P = \frac{I^2}{2C\nu} \quad \Longrightarrow \quad I' = \frac{I}{\sqrt{2C\nu R_A}} =$$

$$= \frac{0{,}1}{\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 5}}\ \text{А} \approx 0{,}577\ \text{А} = 577\ \text{мА}.$$

Тепловой амперметр показывает почти в шесть раз больше стрелочного: ток идёт короткими сильными импульсами, а тепло растёт как квадрат тока.

Обратите внимание. За одно переключение через источник проходит $2C\mathcal{E}$, а не $C\mathcal{E}$: конденсатор не заряжается с нуля, а перезаряжается с $-\mathcal{E}$ до $+\mathcal{E}$.

Проверка. Второй способ для пункта 4 — прямой расчёт тепла импульса. Ток $i = \dfrac{2\mathcal{E}}{R_A} e^{-t/\tau}$, $\tau = R_A C$; тепло за импульс

$$\int_0^\infty i^2 R_A \, dt = \frac{4\mathcal{E}^2}{R_A} \cdot \frac{\tau}{2} = 2C\mathcal{E}^2$$

— совпадает с шагом 5. Размерность: $\dfrac{I}{\sqrt{C\nu R}}$ — $\dfrac{\text{А}}{\sqrt{\text{Ф} \cdot \text{Ом/с}}} = \text{А}$, так как RC измеряется в секундах. Условие быстрой перезарядки: $\tau/\Delta t = 0{,}015 \ll 1$ — выполнено.

Итог: при перезарядке конденсатора источник отдаёт энергию $2C\mathcal{E}^2$, и вся она выделяется теплом, а «стрелочный» и «тепловой» токи различаются, потому что ток импульсный.

Ответ. 1) $\mathcal{E} = \dfrac{I}{2C\nu} \approx 16{,}7$ В; 2) $q = \dfrac{I}{\nu} = 10{,}0$ мКл; 3) $P = \dfrac{I^2}{2C\nu} \approx 1{,}67$ Вт; 4) $I' = \dfrac{I}{\sqrt{2C\nu R_A}} \approx 577$ мА.