Давление насыщенного пара

Задача 5. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 11 класс, задача 5] «Давление насыщенного пара».

Взаимодействие воды с её паром трудно описать аналитически, поскольку зависимость давления насыщенных паров воды от температуры обычно задаётся в виде таблицы или графика. В таком случае при расчётах используют интерполяционные или графические методы.

Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры:

t, °C	p, кПа	t, °C	p, кПа
50,0	12,33	90,0	70,10
55,0	15,74	95,0	84,51
60,0	19,92	100,0	101,33
65,0	25,00	110,0	143,27
70,0	31,16	120,0	198,54
75,0	38,54	130,0	270,11
80,0	47,34	140,0	361,37
85,0	57,81	150,0	476,01

Вам могут понадобиться следующие данные: плотность жидкой воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ кг/м^3; нормальное атмосферное давление $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па; абсолютный нуль температуры $t_0 = -273{,}15$ °C; ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

1. Считая, что на каждом малом интервале температур давление насыщенного водяного пара зависит от температуры линейно, определите температуру кипения воды при внешнем давлении $p = 1{,}17 \cdot 10^5$ Па. Ответ дайте в °C с точностью до десятых долей.
2. В вертикальной тонкой трубке, закрытой сверху и погружённой открытым концом в сосуд с водой, находится в равновесии столб воды, который доходит до верхнего края трубы. Над свободной поверхностью жидкости в сосуде находится воздух при нормальном атмосферном давлении. Считая, что на каждом малом интервале температур давление насыщенного водяного пара зависит от тем-

пературы линейно, а капиллярные эффекты пренебрежимо малы, определите, какова может быть максимальная высота этого столба, если температура воды $t = 83\,^\circ\text{C}$. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых долей.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на насыщенный пар и гидростатику. Вода кипит, когда давление её насыщенного пара сравнивается с внешним: тогда пузырьки пара внутри жидкости не схлопываются. Значит, в пункте 1 нужно по таблице найти температуру, при которой $p_\text{н}(t) = p$. В пункте 2 давление в столбе убывает вверх; если наверху оно опустится ниже давления насыщенного пара, вода там «закипит» — под крышкой образуется пузырь пара, и столб оторвётся от верха трубки. Предельная высота — когда давление у верха трубки равно $p_\text{н}$. Между узлами таблицы зависимость считаем линейной — линейная интерполяция.

Обозначения. $p_\text{н}(t)$ — давление насыщенного пара; t_x — искомая температура кипения; h — высота столба над поверхностью воды в сосуде; $p_\text{в}$ — давление воды у верхнего (закрытого) конца трубки.

1. Пункт 1: условие кипения. Вода кипит при внешнем давлении p, если $p_\text{н}(t_x) = p = 117$ кПа. По таблице: $p_\text{н}(100\,^\circ\text{C}) = 101{,}33$ кПа < 117 кПа $< p_\text{н}(110\,^\circ\text{C}) = 143{,}27$ кПа, значит, t_x лежит между 100 и 110 °C (рис. 1).

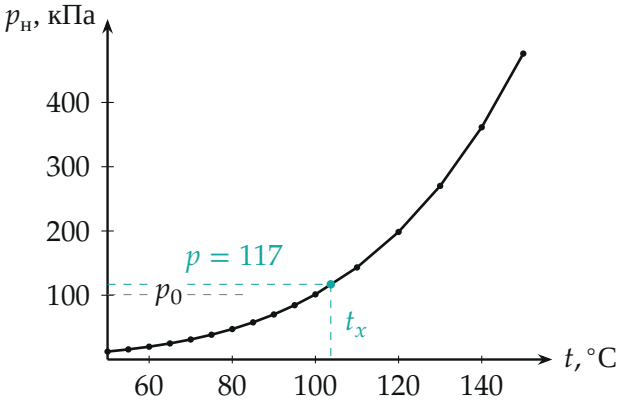

Рис. 1. Давление насыщенного пара по таблице (точки — узлы, отрезки —

линейная интерполяция). Пунктир — внешнее давление 117 *кПа и температура кипения* t_x

2. Линейная интерполяция. На отрезке $[100;110]\,^\circ$C считаем $p_н$ линейной функцией t, то есть точки $(100;\,101{,}33)$, $(110;\,143{,}27)$ и $(t_x;\,117)$ лежат на одной прямой (рис. 2). Подобие треугольников (одинаковый наклон прямой):

$$\frac{t_x - 100}{110 - 100} = \frac{117 - 101{,}33}{143{,}27 - 101{,}33}, \qquad t_x = 100 + 10 \cdot \frac{15{,}67}{41{,}94} \approx 103{,}7\,^\circ\text{C}.$$

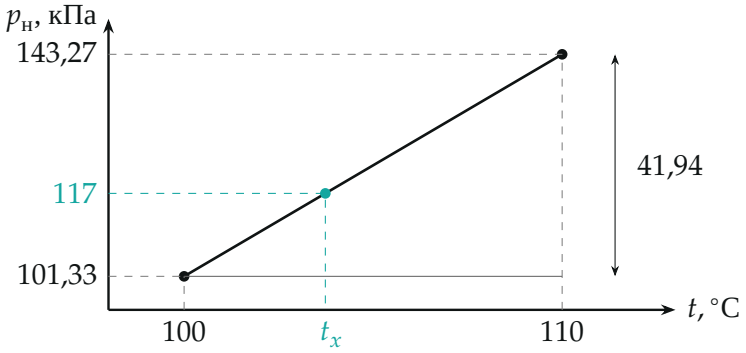

Рис. 2. Интерполяция на отрезке 100–110 °C*: точка* $(t_x;\,117)$ *лежит на прямой между соседними узлами таблицы*

3. Пункт 2: давление в столбе. Вода в трубке и в сосуде покоится. Условие равновесия жидкости (закон гидростатики): давление растёт с глубиной на ρg на единицу высоты. На уровне свободной поверхности в сосуде давление равно атмосферному p_0 (рис. 3), поэтому у верхнего конца трубки, на высоте h:

$$p_в = p_0 - \rho g h.$$

Чем выше столб, тем меньше давление наверху (рис. 4).

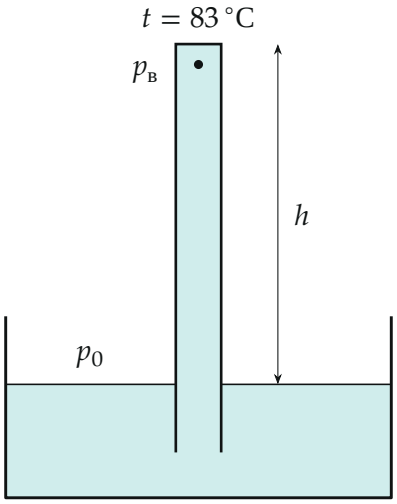

Рис. 3. Трубка, закрытая сверху, заполнена водой до верха; над водой в сосуде — воздух при давлении p_0

4. Условие, что столб не оторвётся. Если $p_\text{в}$ станет меньше давления насыщенного пара воды при этой температуре, вода у крышки начнёт испаряться внутрь себя (кипеть), появится паровой пузырь, и столб опустится. Значит, столб держится до самого верха, пока

$$p_0 - \rho g h \geq p_\text{н}(t) \quad \Longrightarrow \quad h \leq h_\text{max} = \frac{p_0 - p_\text{н}(t)}{\rho g}.$$

5. Давление пара при 83 °C**.** Интерполяция между узлами 80 и 85 °C:

$$p_\text{н}(83) = 47{,}34 + \frac{83-80}{85-80}\,(57{,}81 - 47{,}34) \approx 53{,}62 \text{ кПа}.$$

6. Максимальная высота.

$$h_\text{max} = \frac{101\,000 - 53\,620}{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81} \text{ м} \approx 4{,}83 \text{ м} \approx 4{,}8 \text{ м}.$$

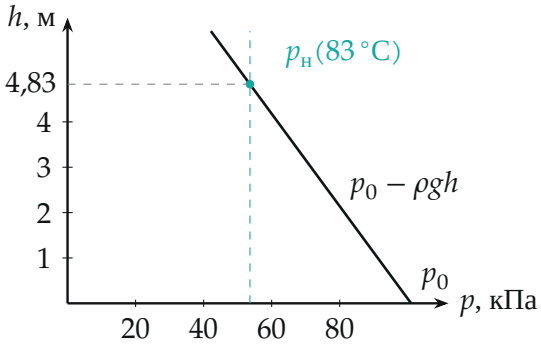

Рис. 4. Давление воды в столбе на высоте h (прямая). Выше точки пересечения с $p_н$ вода закипела бы — это и есть h_{max}

Обратите внимание. Столб воды держит не «вакуум», а разность давлений $p_0 - p_н$. При комнатной температуре $p_н$ мал и $h_{max} \approx 10$ м, а горячую воду поднять так высоко нельзя: давление пара при 83 °C — уже половина атмосферного.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Па}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2} = \text{м}$. Предел: при $t \to 100\,°C$ давление $p_н \to p_0$ и $h_{max} \to 0$ — кипящую воду нельзя «подвесить» в трубке, что разумно. Пункт 1: при $p = p_0 = 101$ кПа интерполяция дала бы $\approx 100\,°C$ — нормальная температура кипения; давление 117 кПа выше атмосферного, и $t_x > 100\,°C$, как в скороварке.

Итог: оба пункта сводятся к сравнению давления в жидкости с давлением насыщенного пара; табличные значения между узлами берём по прямой.

Ответ. 1) $t_x \approx 103{,}7\,°C$; 2) $h_{max} = \dfrac{p_0 - p_н(83\,°C)}{\rho g} \approx 4{,}8$ м.