Плоты и пешеход

Задача 3. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 7 класс, задача 3] «Плоты и пешеход».

Из пункта A в пункт B сплавляют по реке плоты, отправляя их через равные промежутки времени. Скорости всех плотов относительно берега реки постоянны и равны скорости течения реки. Пешеход, идущий из A в B по берегу реки, прошёл треть пути от A до B к моменту отплытия первого плота. Дойдя до B, пешеход сразу отправился в A и встретил первый плот, пройдя четверть пути от B до A, а последний плот он встретил, не доходя до A одну пятую часть расстояния между A и B. Скорость пешехода постоянна и равна $v = 5{,}5$ км/ч, участок реки от A до B — прямолинейный.

1. Найдите скорость течения реки. Ответ дайте в км/ч с точностью до десятых долей.
2. Найдите расстояние от пункта A до пункта B, если от встречи пешехода с первым плотом до встречи его с последним плотом прошло $t = 59{,}4$ мин. Ответ дайте в км с точностью до десятых долей.
3. Сколько плотов отправлено из A в B, если их отправляли с интервалом времени $\tau = 12$ мин? Дайте ответ в виде целого числа.



Поясняющий рисунок: берег от A до B; M_1 и M_2 — места встречи пешехода с первым и последним плотом

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равномерное движение двух тел. Плот плывёт со скоростью течения u, пешеход идёт со скоростью v. Главная идея: первый плот и пешеход движутся *одно и то же время* — от отплытия плота до их встречи; пути у них разные и известны в долях L, поэтому отношение путей равно отношению скоростей. Расстояние L задаёт второй отрезок пути пешехода, число плотов — время между отплытием первого и последнего.

Обозначения. L — расстояние AB; u — скорость течения (и плотов); t_1 — время от отплытия первого плота до встречи с ним (M_1); t_2 — время в пути последнего плота до встречи в M_2; момент отплытия первого плота — начало отсчёта времени. Ось x — вдоль берега от A к B.

1. Скорость течения. За время t_1 пешеход прошёл от отметки $L/3$ до B и обратно до M_1:

$$s_{\text{пеш}} = \left(L - \frac{L}{3}\right) + \frac{L}{4} = \frac{11}{12}L, \qquad t_1 = \frac{11L}{12v}.$$

Первый плот за то же время проплыл от A до M_1: $s_{\text{пл}} = L - \dfrac{L}{4} = \dfrac{3}{4}L$. Равномерное движение плота: $s_{\text{пл}} = ut_1$, откуда

$$u = \frac{s_{\text{пл}}}{t_1} = \frac{3L/4}{11L/(12v)} = \frac{9}{11}v = \frac{9}{11}\cdot 5{,}5 = 4{,}5 \text{ км/ч}.$$

L сократилось: скорость течения не зависит от расстояния, важны только доли пути.

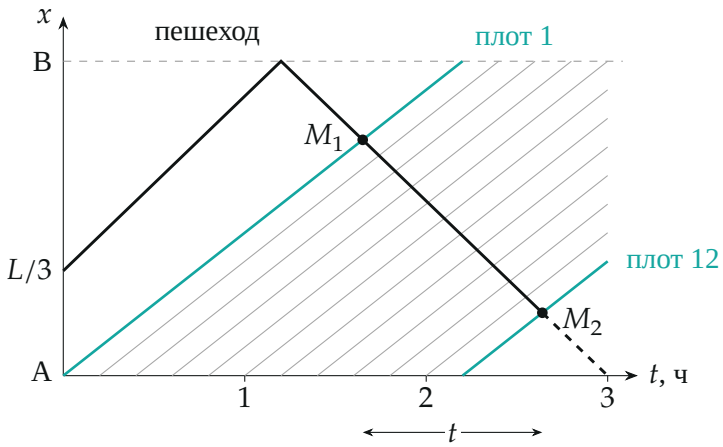

Рис. 1. Графики $x(t)$, построенные по найденным числам: плоты — параллельные прямые с наклоном u, пешеход — ломаная; встречи — пересечения

2. Расстояние AB. Между встречами M_1 и M_2 пешеход шёл равно-

мерно со скоростью v и прошёл

$$\left(L-\frac{L}{4}\right)-\frac{L}{5}=\frac{11}{20}L=vt \quad\Longrightarrow\quad L=\frac{20}{11}vt=\frac{20}{11}\cdot 5{,}5\cdot 0{,}99\,\text{км}=9{,}9\,\text{км}.$$

Здесь $t=59{,}4\,\text{мин}=0{,}99\,\text{ч}$.

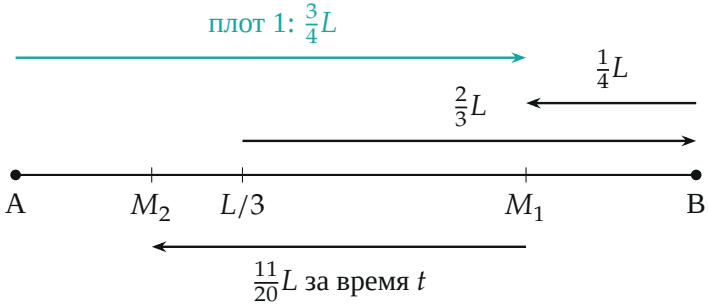

Рис. 2. Пути: до первой встречи пешеход проходит $\frac{2}{3}L+\frac{1}{4}L$, плот — $\frac{3}{4}L$; между встречами пешеход проходит $\frac{11}{20}L$

3. Число плотов. Найдём момент отплытия последнего плота. Время до первой встречи

$$t_1=\frac{11L}{12v}=\frac{11\cdot 9{,}9}{12\cdot 5{,}5}\,\text{ч}=1{,}65\,\text{ч}=99\,\text{мин}.$$

Вторая встреча — в момент $t_1+t=99+59{,}4=158{,}4$ мин. Последний плот к этому моменту проплыл от A до M_2, то есть $L/5$, за время

$$t_2=\frac{L}{5u}=\frac{9{,}9}{5\cdot 4{,}5}\,\text{ч}=0{,}44\,\text{ч}=26{,}4\,\text{мин}.$$

Значит, последний плот отплыл в момент $T=t_1+t-t_2=158{,}4-26{,}4=132$ мин после первого. Плоты отправляли через $\tau=12$ мин, поэтому между первым и последним $T/\tau=11$ интервалов, а плотов на один больше:

$$N=\frac{T}{\tau}+1=\frac{132}{12}+1=12.$$

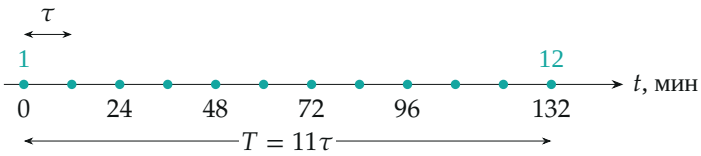

Рис. 3. Моменты отплытия: на отрезке $T = 132$ мин умещается 11 интервалов и 12 плотов

Обратите внимание. Число плотов на единицу больше числа интервалов между ними: 11 промежутков разделяют 12 отплытий.

Проверка. Размерности: км/ч, км, безразмерное N. Сверка по числам рис. 1: в момент 1,65 ч первый плот находится в $x = 4{,}5 \cdot 1{,}65 = 7{,}425$ км, а пешеход — в $9{,}9 - 5{,}5 \cdot (1{,}65 - 1{,}2) = 7{,}425$ км (1,2 ч — приход в B); последний плот в момент 2,64 ч — в $4{,}5 \cdot (2{,}64 - 2{,}2) = 1{,}98$ км $= L/5$ — всё сходится. Предел: если бы $u \to 0$, плот стоял бы у A и встречи в M_1 не было бы — поэтому u и определяется положением M_1.

Смысл: одинаковое время движения пешехода и плота превращает доли пути в отношение скоростей.

Ответ. 1) $u = \dfrac{9}{11}v = 4{,}5$ км/ч; 2) $L = \dfrac{20}{11}vt = 9{,}9$ км; 3) 12 плотов.