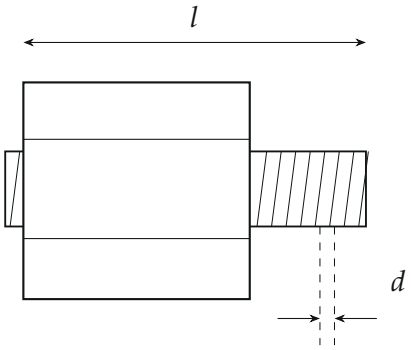
Гайковёрт

Задача 4. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 7 класс, задача 4] «Гайковёрт».

Гайковёрт развивает скорость вращения $n = 600$ оборотов в минуту. Гайка крепления колеса при этом имеет шаг резьбы $d = 2$ мм. Глубина посадки гайки составляет $l = 3$ см.



1. Рассчитайте, за какое время гайковёрт откручивает гайку, считая скорость вращения постоянной. Ответ дайте в секундах с точностью до десятых долей.
2. Рассчитайте, за какое время гайковёрт открутит гайку, если на то, чтобы полностью раскрутиться, у гайковёрта уходит $\tau = 1$ с, а скорость вращения возрастает пропорционально времени. Ответ дайте в секундах с точностью до десятых долей.
3. Какую максимальную скорость вдоль оси резьбы при этом приобретает гайка? Ответ дайте в мм/с с округлением до целого числа.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на связь вращения и поступательного движения. Резьба — винтовая линия: за один полный оборот гайка сдвигается вдоль оси ровно на шаг d. Поэтому вопрос «за какое время слезет гайка» сводится к вопросу «за какое время гайка сделает нужное число оборотов». При разгоне скорость вращения меняется, и число оборотов считаем как площадь под графиком $n(t)$ — так же, как путь считают по площади под графиком скорости.

Обозначения. N — число оборотов, нужное, чтобы гайка сошла с резьбы; n — скорость вращения (оборотов в секунду); N_1 — обороты за время разгона τ; v — скорость гайки вдоль оси.

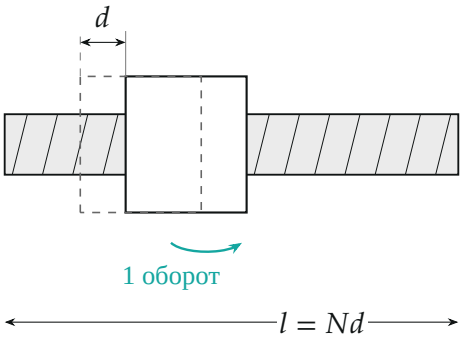


Рис. 1. За один оборот гайка (было — штриховой контур, стало — сплошной) смещается вдоль оси на шаг d; чтобы пройти глубину посадки l, нужно $N = l/d$ оборотов

1. Постоянная скорость вращения. Шаг резьбы d — сдвиг за один оборот, поэтому на глубину l нужно

$$N = \frac{l}{d} = \frac{30\text{ мм}}{2\text{ мм}} = 15 \text{ оборотов}.$$

Скорость вращения в оборотах за секунду: $n = 600/60 = 10$ об/с. При постоянной n число оборотов растёт равномерно, $N = nt$, откуда

$$t = \frac{N}{n} = \frac{l}{dn} = \frac{15}{10}\text{ с} = 1{,}5\text{ с}.$$

2. С разгоном. Пока гайковёрт раскручивается, n растёт пропорционально времени от 0 до n за $\tau = 1$ с. Число оборотов — площадь под графиком $n(t)$ (рис. 2). За разгон это площадь треугольника:

$$N_1 = \frac{n\tau}{2} = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5 \text{ оборотов}.$$

Это меньше 15, значит, гайковёрт успевает раскрутиться до полной скорости, пока гайка ещё на резьбе. Остальные $N - N_1 = 10$ оборотов гайка

делает с постоянной скоростью n за время $(N - N_1)/n = 1$ с. Всё время

$$t' = \tau + \frac{N - N_1}{n} = \tau + \frac{l}{dn} - \frac{\tau}{2} = \frac{l}{dn} + \frac{\tau}{2} = 1{,}5 + 0{,}5 = 2{,}0 \text{ с}.$$

Разгон удлиняет работу ровно на $\tau/2$: за разгон «теряется» половина оборотов, которые сделались бы на полной скорости.

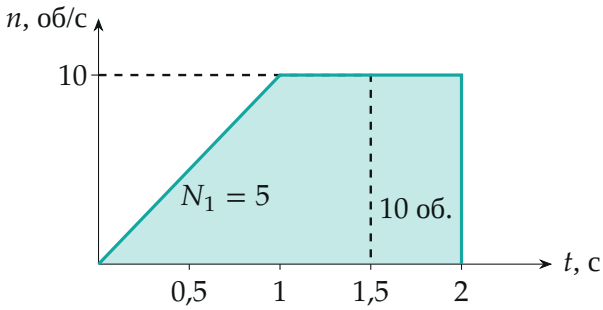


Рис. 2. $n(t)$: штрихом — п. 1 (сразу 10 об/с, 1,5 с), бирюзой — п. 2 (разгон за 1 с, затем 10 об/с до 2 с). Обе площади равны 15 оборотам

3. Наибольшая скорость гайки вдоль оси. За один оборот гайка смещается на d, за секунду — на d, умноженное на число оборотов за секунду. Значит, в каждый момент

$$v = d\,n,$$

и v наибольшая, когда наибольшая n, — после разгона:

$$v_{\max} = d\,n = 2 \text{ мм} \cdot 10 \text{ с}^{-1} = 20 \text{ мм/с}.$$

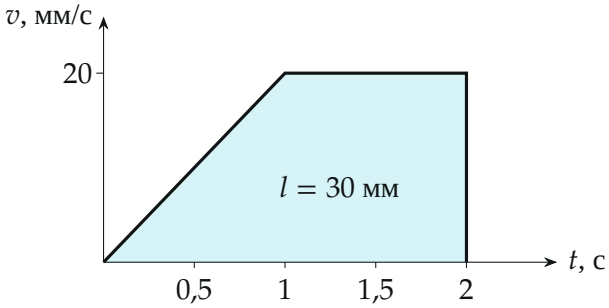


Рис. 3. Скорость гайки вдоль оси $v = dn$: наибольшая 20 мм/с; площадь под графиком — путь гайки $l = 30$ мм

Обратите внимание. Средняя скорость вращения за разгон — половина максимальной, поэтому за $\tau = 1$ с гайка делает 5, а не 10 оборотов.

Проверка. Размерности: $\dfrac{l}{dn} = \dfrac{\text{мм}}{\text{мм} \cdot \text{с}^{-1}} = \text{с}$; dn — мм/с. Предел: при $\tau \to 0$ ответ п. 2 переходит в ответ п. 1, $t' \to l/(dn)$. Второй способ для п. 2: путь гайки — площадь трапеции на рис. 3 с основаниями $t' = 2$ с и $t' - \tau = 1$ с и высотой 20 мм/с: $\frac{2+1}{2} \cdot 20 = 30$ мм $= l$ — верно.

Смысл: винт превращает обороты в сдвиг; считаем обороты — получаем время и скорость.

Ответ. 1) $t = \dfrac{l}{dn} = 1{,}5$ с; 2) $t' = \dfrac{l}{dn} + \dfrac{\tau}{2} = 2{,}0$ с; 3) $v_{\max} = dn = 20$ мм/с.