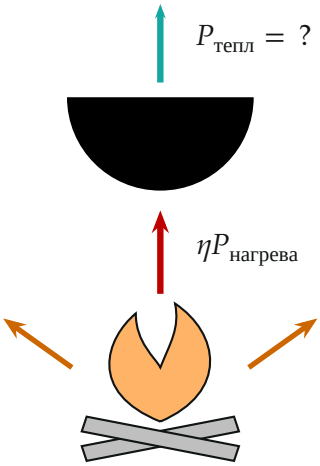
Суп из оленины

Задача 2. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 8 класс, задача 2] «Суп из оленины».

Во время экспедиции хантыйский мальчик Ойка и мансийская девочка Эви решили приготовить суп из оленины. Для этого Ойка набрал в лёгкий котелок $m_л = 2$ кг снега при температуре $t_л = -30\,^\circ\text{C}$ и поставил его на костёр. На костре воду удалось нагреть только до $t_{max} = 90\,^\circ\text{C}$.



1. Определите количество теплоты, которое потребовалось бы сообщить содержимому котелка, чтобы нагреть его до температуры t_{max}, если бы теплопотерями можно было пренебречь. Ответ дайте в килоджоулях, округлите до целого числа. (2 балла)
2. Известно, что мощность тепла, выделяемого сгораемыми дровами, равняется $P_{нагрева} = 1200$ Вт, а до котелка доходит только $\eta = 30\,\%$ выделяемой энергии. Определите мощность теплопотерь котелка с водой при температуре t_{max}. Ответ дайте в ваттах, округлив до целого числа. (3 балла)

Для того чтобы все-таки сварить суп, Ойке пришлось добавить в огонь ещё несколько поленьев, что увеличило вдвое мощность, выделяемую дровами. После того как вода закипела, Эви положила в котёл $m_o = 0{,}5$ кг мелко нарезанной оленины из рюкзака с температурой $t_o = 10\,^\circ\text{C}$.

3. Найдите температуру, установившуюся в котелке после добавления мяса, считая, что этот процесс теплообмена произошёл достаточно быстро. Ответ дайте в градусах Цельсия, округлив до десятых долей. (3 балла)
4. Определите время, через которое суп снова закипит. Считайте, что мощность теплопотерь для котелка в диапазоне температур 80 °C — 100 °C практически постоянна и равна мощности теплопотерь при температуре t_{max}. Ответ дайте в минутах, округлив до десятых долей. (3 балла)

Справочные данные:

- удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C);
- удельная теплоёмкость льда $c_л = 2100$ Дж/(кг·°C);
- удельная теплоёмкость оленины $c_о = 2700$ Дж/(кг·°C);
- удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с фазовым переходом и на баланс мощностей. Снег проходит три этапа: нагрев льда до 0 °C, плавление, нагрев воды. Вода «застряла» на 90 °C, потому что при этой температуре котелок теряет в окружающую среду ровно столько тепла в секунду, сколько получает от костра, — это стационарный режим. Мясо охлаждает суп (быстрый теплообмен — обычный баланс без костра), а затем суп догревается избытком мощности: подводимая минус теряемая.

Обозначения. $P_{тепл}$ — мощность теплопотерь котелка; $t_к = 100$ °C — температура кипения; $t_{уст}$ — температура после добавления мяса; τ — время до нового закипания.

1. Тепло на нагрев снега (пункт 1). Количество теплоты складывается из трёх этапов (рис. 2):

$$Q_1 = c_л m_л (0 - t_л) = 2100 \cdot 2 \cdot 30 = 126 \text{ кДж} \quad \text{(нагрев льда до 0 °C)},$$

$$Q_2 = \lambda m_л = 330 \cdot 2 = 660 \text{ кДж} \quad \text{(плавление)},$$

$$Q_3 = c_в m_л (t_{max} - 0) = 4200 \cdot 2 \cdot 90 = 756 \text{ кДж} \quad \text{(нагрев воды)},$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1542 \text{ кДж}.$$

Больше всего тепла уходит на плавление и на нагрев воды; нагрев льда — меньше десятой доли.

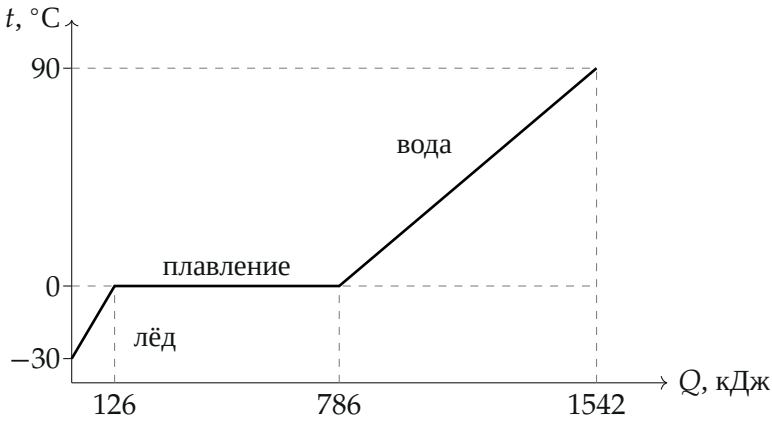


Рис. 2. Температура содержимого котелка от полученного тепла (без потерь): нагрев льда, плавление при 0 °C, нагрев воды до t_{max}

2. Мощность потерь (пункт 2). При t_{max} температура воды больше не растёт, значит её внутренняя энергия не меняется: за любое время тепло, полученное от костра, равно теплу, ушедшему в окружающую среду. Закон сохранения энергии для воды за 1 с (баланс мощностей):

$$P_{\text{тепл}} = \eta P_{\text{нагрева}} = 0{,}30 \cdot 1200 = 360 \text{ Вт}.$$

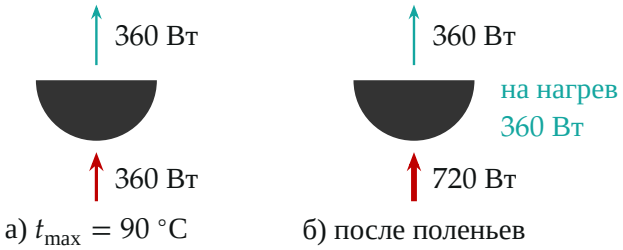


Рис. 3. Баланс мощностей: а) при t_{max} всё подведённое уходит в потери; б) при двойной мощности костра излишек 360 Вт идёт на нагрев супа

3. Температура после мяса (пункт 3). Вода уже кипит: $t_к = 100$ °C. Теплообмен быстрый, поэтому за это время костёр и потери почти ничего не дают — уравнение теплового баланса для системы «вода + мясо»: тепло, отданное водой, равно теплу, полученному мясом:

$$c_в m_л (t_к - t_{уст}) = c_о m_о (t_{уст} - t_о),$$

$$t_{уст} = \frac{c_в m_л t_к + c_о m_о t_о}{c_в m_л + c_о m_о} = \frac{8400 \cdot 100 + 1350 \cdot 10}{8400 + 1350} = \frac{853\,500}{9750} \approx 87{,}5 \text{ °C}.$$

Обмен: вода отдала $8400 \cdot 12{,}46 \approx 104{,}7$ кДж, мясо получило $1350 \cdot 77{,}54 \approx 104{,}7$ кДж.

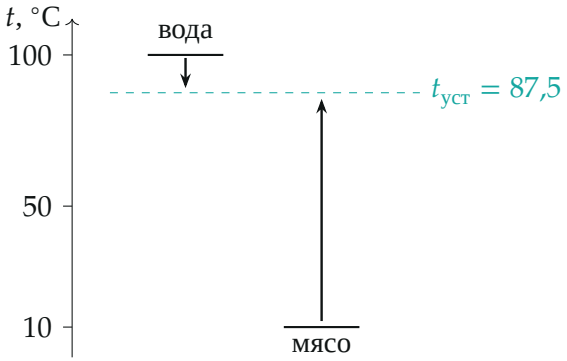


Рис. 4. Теплообмен воды и мяса: у воды теплоёмкость $c_в m_л = 8400$ Дж/°C в 6 раз больше, чем у мяса (1350 Дж/°C), поэтому она остывает всего на 12,5 °C, а мясо нагревается на 77,5 °C

4. Время до кипения (пункт 4). Теперь костёр выделяет $2P_{нагрева}$, до котелка доходит $2\eta P_{нагрева} = 720$ Вт, а потери в диапазоне 80–100 °C постоянны, $P_{тепл} = 360$ Вт. Закон сохранения энергии для супа за время τ: полученное сверх потерь тепло идёт на нагрев воды и мяса от $t_{уст}$ до $t_к$:

$$(2\eta P_{нагрева} - P_{тепл})\,\tau = (c_в m_л + c_о m_о)(t_к - t_{уст}),$$

$$\tau = \frac{(c_в m_л + c_о m_о)(t_к - t_{уст})}{\eta P_{нагрева}} = \frac{9750 \cdot 12{,}46}{360} \approx 338 \text{ с} \approx 5{,}6 \text{ мин}.$$

(Здесь $2\eta P_{\text{нагрева}} - P_{\text{тепл}} = \eta P_{\text{нагрева}}$, потому что $P_{\text{тепл}} = \eta P_{\text{нагрева}}$.) Мощности постоянны, поэтому температура растёт линейно (рис. 5).

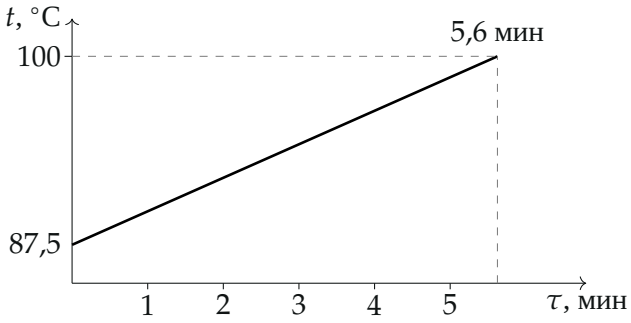


Рис. 5. Нагрев супа после добавления мяса: избыток мощности 360 Вт постоянен, температура растёт линейно до кипения

Обратите внимание. В пункте 4 нельзя делить на всю подводимую мощность 720 Вт: половина её по-прежнему уходит в потери. И теплоёмкость теперь — воды *вместе* с мясом.

Соберём ответ.

$$Q = m_{\text{л}}(c_{\text{л}}|t_{\text{л}}| + \lambda + c_{\text{в}}t_{\max}), \qquad P_{\text{тепл}} = \eta P_{\text{нагрева}},$$

$$t_{\text{уст}} = \frac{c_{\text{в}}m_{\text{л}}t_{\text{к}} + c_{\text{о}}m_{\text{о}}t_{\text{о}}}{c_{\text{в}}m_{\text{л}} + c_{\text{о}}m_{\text{о}}}, \qquad \tau = \frac{(c_{\text{в}}m_{\text{л}} + c_{\text{о}}m_{\text{о}})(t_{\text{к}} - t_{\text{уст}})}{\eta P_{\text{нагрева}}}.$$

Проверка. Размерности: $[cmt] = $ Дж, $[\lambda m] = $ Дж, $[\tau] = $ Дж/Вт $= $ с. $t_{\text{уст}}$ лежит между 10 и 100 °C и ближе к 100: воды по теплоёмкости больше. Оценка: если бы на нагрев от 0 до 90 °C шли те же 360 Вт без потерь, ушло бы $756\,000/360 = 2100$ с $= 35$ мин; догрев на 12,5 °C чуть большей массы — в ≈ 6 раз быстрее, 5,6 мин, согласуется.

Смысл: «вода не греется выше» означает равенство подводимой мощности и мощности потерь — так из одного наблюдения находят потери.

Ответ. 1) $Q = 1542$ кДж; 2) $P_{\text{тепл}} = 360$ Вт; 3) $t_{\text{уст}} \approx 87{,}5$ °C; 4) $\tau \approx 5{,}6$ мин.