Три тела в тепловом контакте

Задача 2. [ВсОШ 2025/26, муниципальный этап, 9 класс, задача 2] «Три тела в тепловом контакте».

Три тела с теплоёмкостями C_1, C_2 и C_3 имеют температуры t_1, t_2 и t_3 соответственно. Первое тело приводят на некоторое время в тепловой контакт со вторым, а затем второе тело приводят в тепловой контакт с третьим. В результате температура третьего тела не изменилась, т.е. $t'_3 = t_3$. Теплообменом с другими телами и с окружающей средой можно пренебречь.

Вар.	C_1	C_2	C_3	t_1	t_2	t_3	t'_3
1	460	140	400	10	40	24,5	24,5
2	2500	400	2100	15	90	5	5
3	820	80	970	11	49	31	31
4	3400	350	2350	52	92	72	72
5	370	470	225	32	95	85	85

Теплоёмкости — в Дж/°C, температуры — в °C.

1. Найдите конечную температуру t'_2 второго тела. Дайте ответ в градусах Цельсия с округлением до десятых долей.
2. Найдите конечную температуру t'_1 первого тела. Дайте ответ в градусах Цельсия с округлением до десятых долей.
3. Какая температура t установится у каждого из трёх тел, если их на длительное время привести в тепловой контакт друг с другом? Дайте ответ в градусах Цельсия с округлением до десятых долей.



а) контакт тел 1 и 2 б) контакт тел 2 и 3

Поясняющий рисунок: два этапа теплообмена; бирюзовая черта — место контакта

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса. Тело 1 и тело 2 обменялись теплом не до конца (контакт был «некоторое время»), поэтому температуры t_1' и t_2' после первого этапа не равны и одним балансом их не найти. Подсказка спрятана во втором этапе: третье тело температуру не изменило — значит, оно не получило и не отдало тепла, то есть второе тело пришло к нему уже с температурой t_3. Тогда t_2' известна, и баланс первого этапа даёт t_1'.

Обозначения. Q — количество теплоты, которое второе тело отдало первому на первом этапе; t_1', t_2' — температуры тел после первого этапа (второй этап их не меняет, см. п. 1).

1. Температура второго тела (пункт 1). Количество теплоты, полученное третьим телом на втором этапе, $Q_3 = C_3(t_3' - t_3) = 0$. Тепло между телами 2 и 3 переходит, только если их температуры различны: при разных температурах горячее тело отдаёт тепло холодному, и температура третьего изменилась бы. Значит, на втором этапе теплообмена не было вовсе, и к его началу

$$t_2' = t_3 = 24{,}5\ ^\circ\text{C} \quad \text{(вариант 1)}.$$

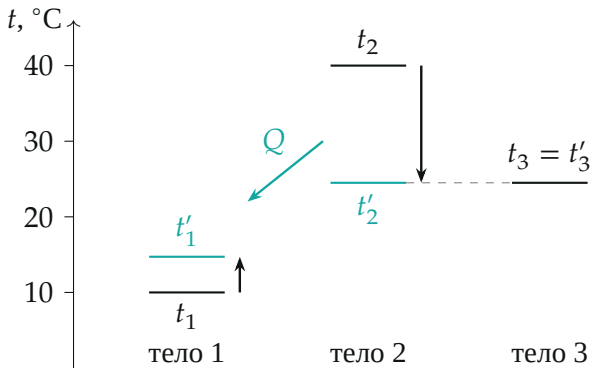

Рис. 2. Температуры тел (вариант 1): на первом этапе тело 2 отдаёт телу 1 теплоту Q и остывает ровно до t_3, поэтому на втором этапе тепло не передаётся

2. Температура первого тела (пункт 2). На первом этапе тела 1 и 2 обмениваются теплом только друг с другом, поэтому теплота, отданная

вторым, целиком получена первым. Уравнение теплового баланса для системы «тело 1 + тело 2»:

$$C_1(t_1' - t_1) + C_2(t_2' - t_2) = 0.$$

Подставим $t_2' = t_3$:

$$t_1' = t_1 + \frac{C_2}{C_1}(t_2 - t_3) = 10 + \frac{140}{460} \cdot (40 - 24{,}5) \approx 14{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

Знак: $t_2 > t_3$, поэтому второе тело остыло и отдало $Q = C_2(t_2 - t_3) = 140 \cdot 15{,}5 = 2170$ Дж, а первое нагрелось на $Q/C_1 = 4{,}7\ ^\circ$C. Заметим $t_1' < t_2'$: контакт прервали раньше, чем температуры сравнялись, — противоречия нет.

3. Общая температура (пункт 3). При длительном контакте трёх тел устанавливается одна температура t. Тепло только перераспределяется между телами, поэтому сумма полученных теплот равна нулю:

$$C_1(t - t_1) + C_2(t - t_2) + C_3(t - t_3) = 0 \ \Rightarrow\ t = \frac{C_1t_1 + C_2t_2 + C_3t_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Вариант 1: $t = \dfrac{460 \cdot 10 + 140 \cdot 40 + 400 \cdot 24{,}5}{1000} = \dfrac{20\,000}{1000} = 20{,}0\ ^\circ\text{C}.$

Второй способ — начать с состояния после первых двух этапов (внутренняя энергия системы от них не изменилась):

$$t = \frac{C_1t_1' + (C_2 + C_3)t_3}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{460 \cdot 14{,}72 + 540 \cdot 24{,}5}{1000} = 20{,}0\ ^\circ\text{C}$$

— то же.

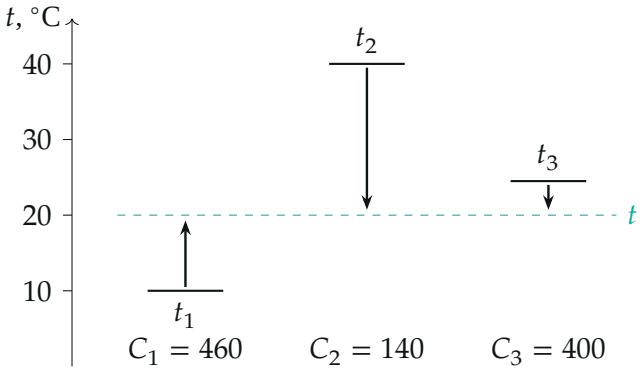

Рис. 3. Общий контакт (вариант 1): все температуры сходятся к $t = 20\,°C$ — среднему, взвешенному по теплоёмкостям

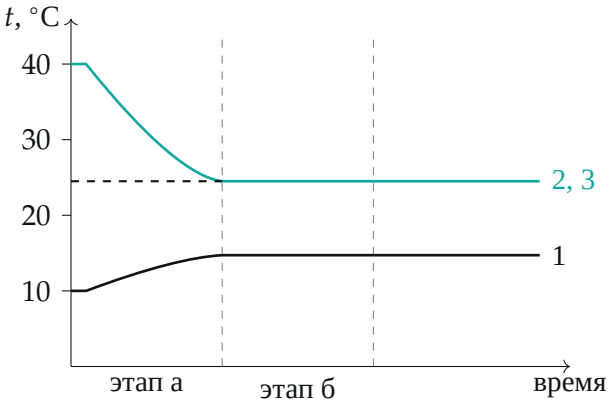

Рис. 4. Температуры во времени (качественно, вариант 1): на этапе а тело 2 остывает, тело 1 нагревается, контакт прерван до выравнивания; на этапе б температуры тел 2 и 3 равны и не меняются

4. Все варианты (python):

Вар.	t_2', °C	t_1', °C	t, °C
1	24,5	14,7	20,0
2	5,0	28,6	16,8
3	31,0	12,8	23,0
4	72,0	54,1	62,0
5	85,0	44,7	71,0

Обратите внимание. Первый этап — *не* установление равновесия: искать t_1' как общую температуру тел 1 и 2 (в варианте 1 вышло бы 17,0 °C) — ошибка; общей температуры там не было.

Соберём ответ.

$$t_2' = t_3, \qquad t_1' = t_1 + \frac{C_2}{C_1}(t_2 - t_3), \qquad t = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Проверка. Размерность: $\frac{C_2}{C_1}$ безразмерно, t — взвешенное среднее температур. Знак: во всех вариантах $t_2 > t_3$, второе тело остывает, первое греется — $t_1' > t_1$. Пределы: при $C_2 \ll C_1$ первое тело почти не нагревается; общая t лежит между наименьшей и наибольшей из начальных температур ($10 < 20 < 40$). Второй способ для t дал то же число.

Смысл: тело, температура которого не изменилась при контакте, «сообщает» температуру того, с кем его соединили.

Ответ. Варианты 1–5: 1) $t_2' = 24{,}5$; 5,0; 31,0; 72,0; 85,0 °C; 2) $t_1' = 14{,}7$; 28,6; 12,8; 54,1; 44,7 °C; 3) $t = 20{,}0$; 16,8; 23,0; 62,0; 71,0 °C.