# Статуэтка и её копия

**Задача 2.** [ВсОШ 2025/26, пригласительный этап, 7 класс, задача 2] «Статуэтка и её копия».

Из пластмассы сделали уменьшенную в 3 раза по линейным размерам (длине, высоте, ширине) копию статуэтки (см. рис.). И оригинал, и копия не имеют полостей внутри.



1. Чему равна плотность пластмассы, если масса копии в 100 раз меньше массы оригинала? Ответ выразите в кг/м$^3$, округлите до целых. Плотность оригинальной статуэтки 7900 кг/м$^3$.
2. Что оказывает на стол большее давление — оригинал статуэтки или копия? Варианты: оригинал; копия; одинаково.
3. Во сколько раз? Ответ округлите до десятых. Если в предыдущем вопросе вы ответили, что давление одинаково, в ответ запишите 1.
4. Что произойдёт со статуэтками, если их поместить в воду? Соотнесите статуэтки и результат: оригинал; копия. Варианты результата: всплывёт на поверхность; будет плавать в толще воды; утонет. В задании используются не все варианты.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на подобие тел и плотность. Копия — та же форма, но все размеры в $n = 3$ раза меньше. Тогда объём меньше в $n^3 = 27$ раз (уменьшились три размера), а площадь опоры — в $n^2 =$

9 раз (два размера). Массу даёт плотность и объём, давление — вес и площадь опоры, а плавание — сравнение плотности тела с плотностью воды.

**Обозначения.** $n = 3$; $V_0, m_0, \rho_0 = 7900$ кг/м$^3$, $S_0, p_0$ — объём, масса, плотность, площадь опоры и давление оригинала; $V_к$, $m_к$, $\rho_к$, $S_к$, $p_к$ — то же для копии; $\rho_в = 1000$ кг/м$^3$ — плотность воды.

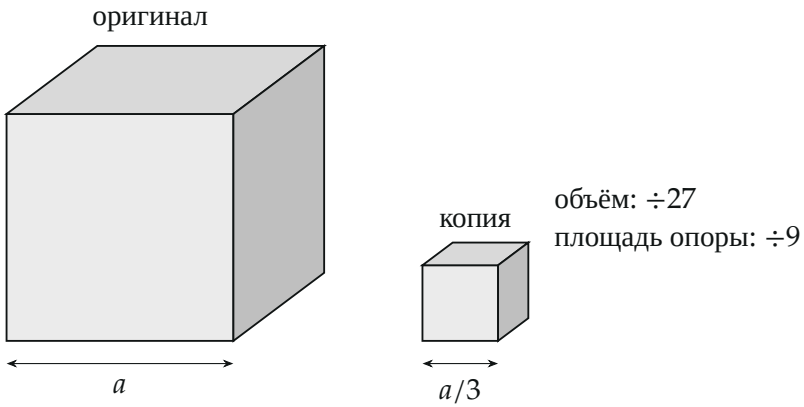


*Рис. 1. Подобие: каждый размер меньше в 3 раза — объём меньше в $3^3 = 27$ раз, площадь опоры — в $3^2 = 9$ раз*

**1. Плотность пластмассы.** Масса — плотность, умноженная на объём: $m_0 = \rho_0 V_0$, $m_к = \rho_к V_к$, причём $V_к = V_0/n^3 = V_0/27$ (рис. 1). По условию $m_к = m_0/100$:

$$\rho_к \frac{V_0}{27} = \frac{\rho_0 V_0}{100} \quad \Rightarrow \quad \rho_к = \frac{27}{100}\rho_0 = 0{,}27 \cdot 7900 = 2133 \text{ кг/м}^3.$$

Объём сократился: ответ от размеров статуэтки не зависит.

**2–3. Давление на стол.** Статуэтка давит на стол своим весом $mg$, распределённым по площади опоры $S$: $p = mg/S$. Масса копии меньше в 100 раз, а площадь опоры — только в 9 раз:

$$p_к = \frac{m_к g}{S_к} = \frac{m_0 g/100}{S_0/9} = \frac{9}{100}p_0, \qquad \frac{p_0}{p_к} = \frac{100}{9} \approx 11{,}1.$$

Большее давление оказывает оригинал — в 11,1 раза (рис. 2).

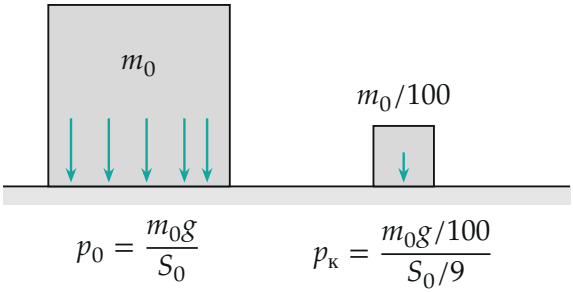


*Рис. 2. Давление на стол — вес, делённый на площадь опоры: у копии вес меньше в 100 раз, а площадь — только в 9*

**4. Статуэтки в воде.** Сплошное тело в воде тонет, если его плотность больше плотности воды; всплывает, если меньше; плавает в толще, если равна (сила тяжести $\rho V g$ сравнивается с силой Архимеда $\rho_в V g$, объём $V$ одинаков). Сравниваем (рис. 3):

$$\rho_0 = 7900 > 1000, \qquad \rho_к = 2133 > 1000 \text{ кг/м}^3.$$

Обе плотности больше плотности воды — обе статуэтки утонут.

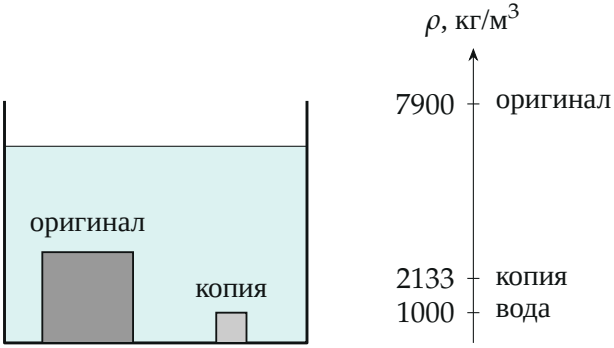


*Рис. 3. Обе статуэтки плотнее воды и лежат на дне; справа — плотности на одной шкале*

**Обратите внимание.** Давление не уменьшается в 100 раз вместе с массой: площадь опоры тоже уменьшилась, хоть и меньше — в 9 раз.

**Проверка.** Размерности: $\rho_к$ — кг/м$^3$, отношение давлений безразмерно. Предел: если бы копия была из того же металла ($m_к = m_0/27$), давление уменьшилось бы в $27 : 9 = 3$ раза — во столько же, во сколько уменьшилась высота (давление сплошной фигуры одной формы пропорционально $\rho g$·высота). Второй способ: $p \propto \rho h$, поэтому $\dfrac{p_0}{p_к} = \dfrac{\rho_0}{\rho_к} \cdot 3 = \dfrac{7900}{2133} \cdot 3 = 11{,}1$ — то же.

Смысл: при уменьшении в $n$ раз объём падает как $n^3$, площадь — как $n^2$; отсюда и масса, и давление.

**Ответ.** 1) $\rho_к = 0{,}27\rho_0 = 2133$ кг/м$^3$; 2) оригинал; 3) в $100/9 \approx 11{,}1$ раза; 4) оригинал — утонет, копия — утонет.