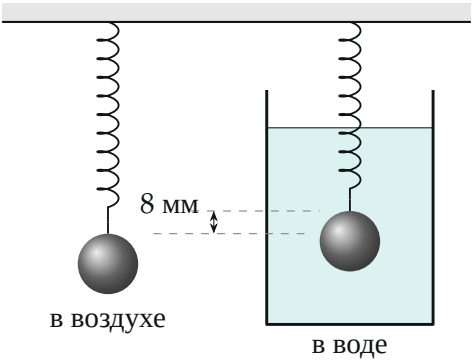
Шар на пружине в воздухе и в воде

Задача 3. [ВсОШ 2025/26, пригласительный этап, 7 класс, задача 3] «Шар на пружине в воздухе и в воде».

Шар массой $m = 250$ г подвешен на пружине жёсткостью $k = 100$ Н/м. Плотность вещества, из которого изготовлен шар, 7,5 г/см^3, плотность воды 1 г/см^3, ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

1. Чему равно удлинение этой пружины при подвешивании к ней шара в воздухе? Плотностью воздуха пренебречь. Ответ выразите в миллиметрах, округлите до целых.
2. При полном погружении в воду удлинение пружины уменьшилось на 8 мм. Имеется ли внутри шара полость? Варианты: да; нет; недостаточно данных.
3. Если в шаре есть полость, определите её объём. Ответ выразите в см^3, округлите до целых. Если полости в шаре нет, в ответ запишите 0.



Поясняющий рисунок. В воде шар поднимается: удлинение пружины меньше на 8 мм (масштаб не соблюдён)

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на равновесие тела под действием силы упругости, силы тяжести и силы Архимеда. В воздухе пружину растягивает только вес шара. В воде появляется выталкивающая сила, пружина сокращается — по этому сокращению находим силу Архимеда, а по ней — объём шара. Сравниваем его с объёмом, который заняло

бы сплошное вещество той же массы: шар больше — значит, внутри пустота.

Обозначения. Δl — удлинение в воздухе; $\delta = 8$ мм — на сколько удлинение уменьшилось в воде; $\rho = 7{,}5$ г/см^3 — плотность вещества; $\rho_в = 1$ г/см^3; V — объём шара; $V_в$ — объём вещества; $V_п$ — объём полости; F_A — сила Архимеда.

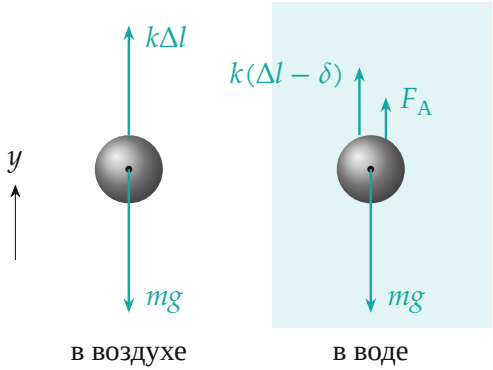


Рис. 1. Силы на шар: в воздухе — упругость и тяжесть, в воде добавляется сила Архимеда, и упругость уменьшается

1. Удлинение в воздухе. Шар покоится, сумма сил равна нулю. Проекция на ось y вверх (рис. 1): сила упругости $k\Delta l$ (закон Гука) вверх, тяжесть mg вниз:

$$k\Delta l - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}25 \cdot 10}{100}\ \text{м} = 0{,}025\ \text{м} = 25\ \text{мм}.$$

2. Сила Архимеда и объём шара. В воде удлинение $\Delta l - \delta$, к силам добавляется F_A вверх:

$$k(\Delta l - \delta) + F_A - mg = 0.$$

Вычтем из этого уравнения уравнение п. 1 ($k\Delta l = mg$):

$$F_A = k\delta = 100\ \text{Н/м} \cdot 0{,}008\ \text{м} = 0{,}8\ \text{Н}.$$

Сила Архимеда — вес вытесненной воды; шар погружён целиком и вытесняет воду объёмом V, равным всему своему объёму (вместе с полостью):

$$F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} g V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{k\delta}{\rho_{\text{в}} g},$$

$$V = \frac{0{,}8\ \text{Н}}{1000\ \text{кг/м}^3 \cdot 10\ \text{Н/кг}} = 8 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^3 = 80\ \text{см}^3.$$

Объём самого вещества массой m:

$$V_{\text{в}} = \frac{m}{\rho} = \frac{250\ \text{г}}{7{,}5\ \text{г/см}^3} \approx 33{,}3\ \text{см}^3.$$

Шар (80 см^3) больше, чем вещество в нём (33,3 см^3), — полость есть.

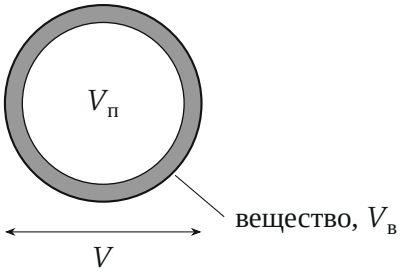


Рис. 2. Шар с полостью в разрезе: весь объём V (его даёт сила Архимеда) — это вещество $V_в$ и пустота $V_п$

3. Объём полости — весь объём шара минус объём вещества (рис. 2):

$$V_{\text{п}} = V - V_{\text{в}} = \frac{k\delta}{\rho_{\text{в}} g} - \frac{m}{\rho} = 80 - 33{,}3 \approx 47\ \text{см}^3.$$

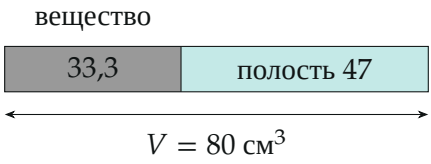


Рис. 3. Из 80 см^3 шара веществом занято только 33, остальное — полость

Обратите внимание. Сила Архимеда определяется всем объёмом погружённого тела, включая полость, а не объёмом вещества.

Проверка. Размерности: $\frac{k\delta}{\rho_в g} = \frac{\text{Н/м·м}}{\text{кг/м}^3\text{·Н/кг}} = \text{м}^3$. Обратная проверка: сплошной шар из этого вещества вытеснял бы 33,3 см^3 воды, $F_A = 0{,}33$ Н, и пружина сократилась бы на 3,3 мм, а не на 8. Шар не всплывает: $F_A = 0{,}8\ \text{Н} < mg = 2{,}5\ \text{Н}$ — пружина в воде по-прежнему растянута на 17 мм.

Смысл: пружина «взвесила» шар дважды, разность весов дала силу Архимеда, а она — полный объём шара.

Ответ. 1) $\Delta l = mg/k = 25$ мм; 2) да; 3) $V_п = \frac{k\delta}{\rho_в g} - \frac{m}{\rho} \approx 47$ см^3.