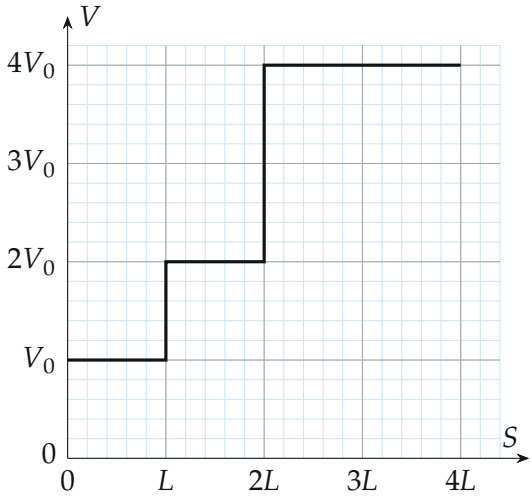
Машинка на трассе

Задача 3. [ВсОШ 2025/26, пригласительный этап, 8 класс, задача 3] «Машинка на трассе».

Артёму в честь победы на олимпиаде по физике подарили машинку на пульте управления. Мальчик соорудил прямую трассу длиной $S = 4L$, где $L = 25$ м, и начал изучать движение машинки. Зависимость скорости машинки от пройденного ею пути при движении по трассе представлена на графике, где $V_0 = 2{,}5$ м/с.



1. Определите максимальную скорость машинки. Ответ выразите в м/с, округлите до целых.
2. Определите полное время движения машинки по трассе. Ответ выразите в секундах, округлите до целых.
3. Определите среднюю скорость $V_{ср}$ движения машинки на всём пути. Ответ выразите в м/с, округлите до целых.
4. Определите расстояние, которое проехала машинка за вторую половину полного времени движения. Ответ выразите в метрах, округлите до целых.
5. Определите среднюю скорость машинки в течение второй половины полного времени движения. Ответ выразите в м/с, округлите до десятых.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на неравномерное движение, составленное из равномерных участков. На графике по горизонтали — путь, а не время, поэтому время прямо с графика не читается: на каждом участке скорость постоянна, и время участка — его длина, делённая на скорость. Средняя скорость — весь путь, делённый на всё время (а не среднее скоростей).

Обозначения. t_1, t_2, t_3 — время на участках 0–L, L–$2L$, $2L$–$4L$; t_0 — полное время; S_2 — путь за вторую половину времени.

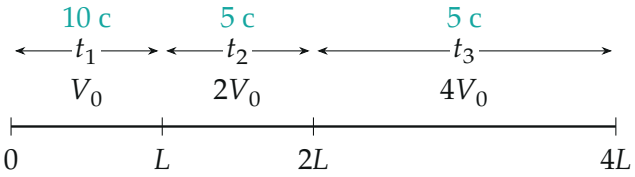


Рис. 1. Трасса из трёх участков: над каждым — скорость и время его прохождения

1. Наибольшая скорость. По графику самая высокая ступенька — на участке от $2L$ до $4L$:

$$V_{\max} = 4V_0 = 4 \cdot 2{,}5 \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$$

2. Полное время. На каждом участке движение равномерное, время участка — его длина, делённая на скорость (рис. 1):

$$t_1 = \frac{L}{V_0} = \frac{25}{2{,}5} = 10 \text{ с}, \qquad t_2 = \frac{L}{2V_0} = 5 \text{ с}, \qquad t_3 = \frac{2L}{4V_0} = 5 \text{ с}.$$

Полное время — сумма:

$$t_0 = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{L}{V_0} + \frac{L}{2V_0} + \frac{L}{2V_0} = \frac{2L}{V_0} = 20 \text{ с}.$$

3. Средняя скорость на всём пути — весь путь, делённый на всё время:

$$V_{\text{ср}} = \frac{4L}{t_0} = \frac{4L}{2L/V_0} = 2V_0 = \frac{100 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 5 \text{ м/с}.$$

Это меньше среднего арифметического скоростей участков: на медленном первом участке машинка провела половину всего времени.

4. Путь за вторую половину времени. Перестроим график в координатах «скорость — время» (рис. 2): ширина каждой ступеньки теперь — время участка. Половина полного времени $t_0/2 = 10$ с ровно совпадает с концом первого участка ($t_1 = 10$ с). Значит, за вторую половину времени машинка проходит второй и третий участки целиком:

$$S_2 = L + 2L = 3L = 75 \text{ м}.$$

На графике $V(t)$ путь — площадь под графиком; проверим площадью: $2V_0 \cdot t_2 + 4V_0 \cdot t_3 = 5 \cdot 5 + 10 \cdot 5 = 75$ м.

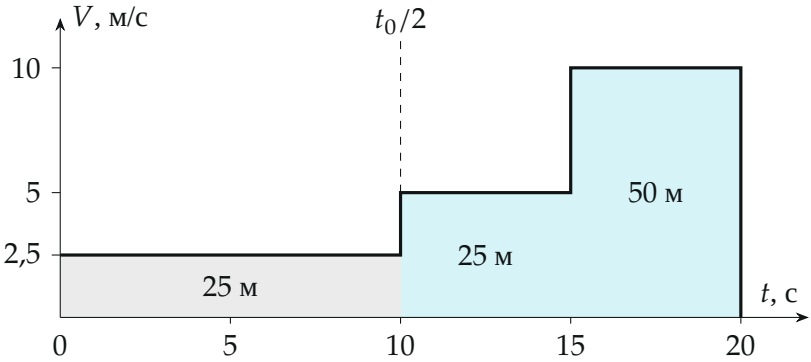


Рис. 2. Тот же опыт в осях $V(t)$: площадь под графиком — путь. Голубым — путь за вторую половину времени, 75 м

5. Средняя скорость за вторую половину времени:

$$V_{ср2} = \frac{S_2}{t_0/2} = \frac{3L}{L/V_0} = 3V_0 = \frac{75 \text{ м}}{10 \text{ с}} = 7{,}5 \text{ м/с}.$$

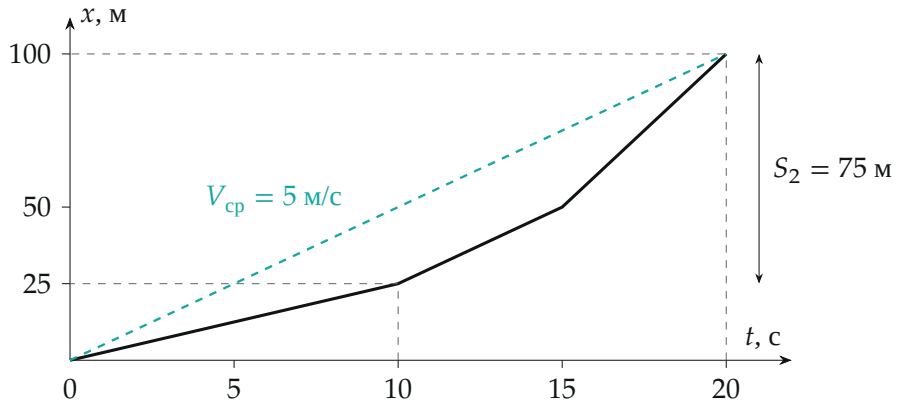


Рис. 3. Координата машинки от времени — ломаная из трёх отрезков; наклон отрезка — скорость. Штрихом бирюзой — равномерное движение со средней скоростью 5 м/с

Обратите внимание. Половина пути и половина времени — разные точки: половину пути ($2L$) машинка проходит за 15 с, а к половине времени (10 с) успевает проехать только четверть трассы.

Проверка. Размерности: L/V_0 — секунды, $L/V_0 \cdot V_0$ — метры. Второй способ для п. 5: средняя скорость за вторую половину времени — среднее по времени скоростей $2V_0$ и $4V_0$, взятых по 5 с каждая: $(5 + 10)/2 = 7{,}5$ м/с — то же. Предел: если бы скорость везде была V_0, все средние были бы равны V_0; разгон их повышает — у нас 5 и 7,5 м/с больше $V_0 = 2{,}5$ м/с.

Смысл: в графике «скорость — путь» время прячется в отношении длины ступеньки к её высоте; перерисовав в «скорость — время», видим и время, и путь (площадь).

Ответ. 1) $V_{max} = 4V_0 = 10$ м/с; 2) $t_0 = 2L/V_0 = 20$ с; 3) $V_{ср} = 2V_0 = 5$ м/с; 4) $S_2 = 3L = 75$ м; 5) $V_{ср2} = 3V_0 = 7{,}5$ м/с.