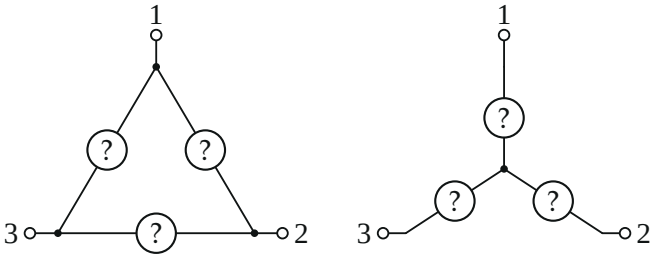
# R плюс C

**Задача 2.** [ВсОШ 2025/26, региональный этап, 11 класс, практический тур, задача 2] «R плюс C».

**Оборудование.** Серый ящик с тремя выводами, мультиметр, конденсатор ёмкостью $C_0 = 10$ мкФ, соединительные провода.

**Задание.** Серый ящик с тремя пронумерованными выводами содержит ровно три элемента, соединённых между собой по схеме типа «звезда» или типа «треугольник» (см. рисунок). Элементами могут быть резисторы или конденсаторы.




1. Определите, по какой из двух предложенных схем соединены элементы и что это за элементы.
2. Определите параметры этих элементов (сопротивления резисторов и ёмкости конденсаторов).

Все используемые в работе конденсаторы неполярные. В работе не требуется расчёт погрешностей, однако действия, направленные на повышение точности результата, будут оцениваться. На выбранной схеме укажите номера контактов (цвет контактных проводов).

▲ **Решение. Что происходит.** Это экспериментальная задача «чёрный ящик» на цепи постоянного тока с конденсатором. Омметр — это источник ЭДС $E$ с внутренним сопротивлением $r$, который по току через цепь вычисляет сопротивление. Через конденсатор постоянный ток не идёт: пока он заряжается, ток падает и показания омметра растут до бесконечности; устойчивое показание — только если между щупами одни резисторы. Отсюда схема. Сопротивления разделим, сравнивая напряжения, до которых заряжается конденсатор через разные резисторы; ёмкость найдём, деля заряд между $C$ и известным $C_0$. Ключевые законы

— закон Ома и сохранение заряда при последовательном соединении конденсаторов.

**Обозначения.** $R_1$, $R_2$ — резисторы, $C$ — конденсатор ящика; $E$, $r$ — ЭДС и внутреннее сопротивление омметра; $R_V$ — сопротивление вольтметра (порядка 10 МОм).

**Пункт 1. Схема.**

**1. Омметр на всех парах выводов.** Между выводами 1 и 2 омметр сразу показывает устойчивое 115,4 кОм. Между 1–3 и 2–3 показания за несколько секунд растут от небольших значений до бесконечности (перегрузка) — идёт зарядка конденсатора.

**2. Вывод.** В «треугольнике» любая пара выводов соединена и напрямую одним элементом, и через два других; если в ящике есть конденсатор, он попадает в цепь при любом подключении и все три пары показывали бы меняющееся сопротивление (а без конденсаторов все три были бы устойчивыми). Значит, схема — «звезда»: между 1 и 2 только резисторы, конденсатор — на луче вывода 3 (рис. 1), и

$$R_1 + R_2 = 115{,}4\ \text{кОм}.$$

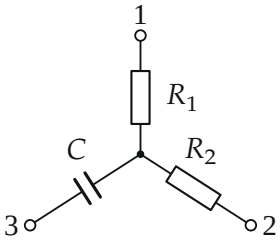



*Рис. 1. Найденная схема ящика: «звезда» из резисторов $R_1$ (вывод 1), $R_2$ (вывод 2) и конденсатора $C$ (вывод 3).*

**Пункт 2. Параметры.**

**3. Как разделить $R_1$ и $R_2$.** Омметр (предел 2000 Ом) подключаем к выводу 1 и к соединённым вместе выводам 2 и 3 (рис. 2). Конденсатор оказывается параллельно $R_2$. Через несколько секунд ток в цепи установится, ток через конденсатор прекратится, и по закону Ома для полной

цепи напряжение на нём

$$U_2 = \frac{E\,R_2}{R_1 + R_2 + r}.$$

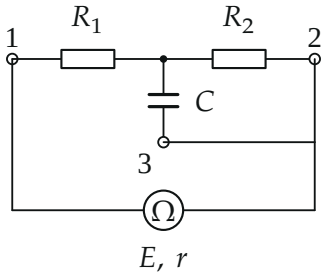



*Рис. 2. Зарядка конденсатора омметром: C заряжается до напряжения на $R_2$.*

Отключаем омметр и вывод 3 от вывода 2 и сразу подключаем мультиметр-вольтметр к выводам 1 и 3 (рис. 3). Конденсатор разряжается через $R_1$ и $R_V$ медленно ($R_V C \sim 100$ с), и второе-третье показание вольтметра — это начальное напряжение на вольтметре:

$$U_2' = U_2\,\frac{R_V}{R_1 + R_V}.$$

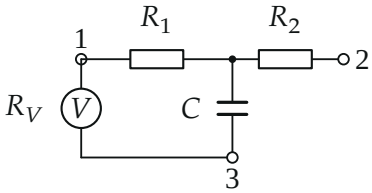



*Рис. 3. Измерение напряжения заряженного конденсатора вольтметром через $R_1$; вывод 2 свободен.*

Повторяем, поменяв роли резисторов: омметр к выводу 2 и к соединённым 1 и 3, конденсатор заряжается до $U_1 = ER_1/(R_1 + R_2 + r)$;

меряем снова через выводы 1–3: $U_1' = U_1 R_V/(R_1 + R_V)$. Делитель вольтметра один и тот же, поэтому в отношении $E$, $r$ и $R_V$ сокращаются:

$$\frac{U_2'}{U_1'} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Каждое измерение повторяем 5 раз (организаторы):

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | среднее |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_2'$, В | 1,60 | 1,62 | 1,61 | 1,64 | 1,63 | 1,620 |
| $U_1'$, В | 1,10 | 1,13 | 1,10 | 1,12 | 1,10 | 1,110 |

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1{,}620}{1{,}110} = 1{,}46,$$

$$R_1 = \frac{115{,}4}{1 + 1{,}46} = 46{,}9 \text{ кОм}, \qquad R_2 = 115{,}4 - 46{,}9 = 68{,}5 \text{ кОм}.$$

**4. Ёмкость.** Подключаем омметр к выводам 2–3 и ждём несколько минут: конденсатор $C$ заряжается до ЭДС $E$ (ток прекратился, напряжения на $R_2$ и $r$ нет). Переключаем мультиметр в вольтметр на тех же выводах: начальное показание

$$U_3 = \frac{R_V}{R_2 + R_V} E.$$

Перед каждым повтором конденсатор разряжаем, замыкая выводы 3 и 1.

Затем к выводу 3 последовательно подключаем $C_0$ и так же заряжаем цепочку $C$, $C_0$ омметром (рис. 4). Последовательно соединённые конденсаторы получают одинаковый заряд $q$ (сохранение заряда на соединённых обкладках), а сумма напряжений равна $E$:

$$\frac{q}{C} + \frac{q}{C_0} = E \;\Rightarrow\; U_C = \frac{q}{C} = \frac{C_0}{C_0 + C} E.$$

Отключаем $C_0$ и меряем вольтметром на выводах 2–3:

$$U_4 = \frac{R_V}{R_2 + R_V} \cdot \frac{C_0}{C_0 + C} E.$$

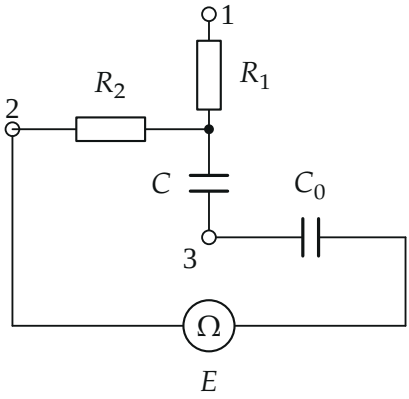



*Рис. 4. Зарядка $C$ и $C_0$, соединённых последовательно: заряд делится обратно пропорционально ёмкостям.*

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | среднее |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_3$, В | 2,68 | 2,66 | 2,70 | 2,65 | 2,68 | 2,674 |
| $U_4$, В | 1,32 | 1,35 | 1,34 | 1,34 | 1,30 | 1,330 |

В отношении сокращаются $E$, $R_V$ и $R_2$:

$$\frac{U_3}{U_4} = \frac{C_0 + C}{C_0} = \frac{2{,}674}{1{,}330} = 2{,}01,$$

$$C = C_0\left(\frac{U_3}{U_4} - 1\right) = 10 \cdot 1{,}01 \approx 10{,}1 \text{ мкФ}.$$

Разброс средних — около 0,3 % для $U_3$ и 0,7 % для $U_4$, отсюда $C = (10{,}1 \pm 0{,}2)$ мкФ. У организаторов 10,2 мкФ: отношение взято по округлённым средним 2,68/1,33 — в пределах погрешности то же.

**Что повышает точность.** Повтор каждого измерения 5 раз и усреднение; отсчёт второго-третьего показания вольтметра сразу после подключения (пока конденсатор не успел разрядиться через $R_V$); разрядка конденсаторов перед каждым опытом; все отношения выбраны так, чтобы неизвестные $E$, $r$, $R_V$ сокращались.

**Обратите внимание.** Мерить надо отношения напряжений, а не сами напряжения: ЭДС омметра и сопротивления приборов неизвестны, но в

отношениях сокращаются. Поэтому в пункте 3 оба раза меряем через один и тот же вывод 1 — делитель $R_V/(R_1+R_V)$ одинаков.

**Соберём ответ.** Схема «звезда»: $R_1 = 46{,}9$ кОм (вывод 1), $R_2 = 68{,}5$ кОм (вывод 2), конденсатор $C = C_0(U_3/U_4 - 1) \approx 10{,}1$ мкФ (вывод 3).

**Проверка.** $R_1 + R_2 = 115{,}4$ кОм — совпадает с показанием омметра на 1–2. Постоянная времени зарядки $(R_1+R_2)C \approx 1{,}2$ с — «несколько секунд», как и наблюдалось; разрядки через вольтметр $R_V C \approx 100$ с — показания за первые секунды меняются на 1–2 %, поэтому второе-третье показание годится.

**Ответ.** 1) «звезда»: два резистора (выводы 1 и 2) и конденсатор (вывод 3); 2) $R_1 = 46{,}9$ кОм, $R_2 = 68{,}5$ кОм, $C \approx 10{,}1$ мкФ.