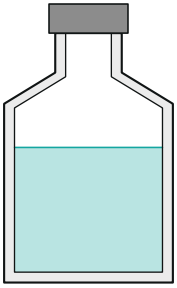
Закрытая бутылочка

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, региональный этап, 7 класс, практический тур, задача 1] «Закрытая бутылочка».

Вам выдана прозрачная бутылочка. Бутылочка частично заполнена водой и плотно закрыта пробкой. Объём воды $V_{\text{воды}} = 30{,}0$ мл. Открывать пробку строго запрещено. Плотность воды известна и равна $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Массой и объёмом пробки и заводской этикетки (при наличии) можете пренебречь. Оценка погрешностей в задаче не требуется.

1. Определите полную вместимость (внутренний объём) $V_{\text{вну}}$ закрытой пробкой бутылочки, а также площадь сечения $S_{\text{вну}}$ внутренней цилиндрической части бутылочки.
2. Определите площадь сечения $S_{\text{вне}}$ внешней цилиндрической части бутылочки.
3. Определите массу пустой бутылочки m.
4. Определите плотность стекла ρ, из которого изготовлена бутылочка.

Оборудование: стеклянная бутылочка, содержащая 30,0 мл воды и закрытая пробкой; электронные весы; деревянная линейка; нить; шприц 20 мл; 2 пластиковых стаканчика, частично заполненные водой; 2 самоклеящихся ценника; салфетки для поддержания чистоты.



Поясняющий рисунок: закрытая бутылочка с водой; цилиндрическая часть, плечики и горлышко с пробкой.

▲ **Решение. Что происходит.** Это экспериментальная задача на измерение объёмов без доступа внутрь. Вода известного объёма служит «мерной жидкостью»: в цилиндрической части объём равен площади сечения на высоту, поэтому высота столба воды даёт $S_{\text{вну}}$, а высота столба воздуха в перевёрнутой бутылочке — объём воздуха. Внешний объём измеряем вытесненной водой, массу стекла — весами. Плотность стекла — масса, делённая на объём стенок $V_{\text{вне}} - V_{\text{вну}}$.

Обозначения. x — высота воды в стоящей бутылочке, y — высота воздуха в перевёрнутой, D — внешний диаметр цилиндрической части, M — масса бутылочки с водой, $V_{\text{вне}}$ — внешний объём.

1. Внутреннее сечение. Бутылочка стоит на столе, вода занимает низ цилиндрической части (рис. 2, слева). Линейку держим вертикально у бутылочки: $x = 3{,}0$ см. Объём цилиндра — сечение на высоту:

$$V_{\text{воды}} = S_{\text{вну}}\, x \quad \Rightarrow \quad S_{\text{вну}} = \frac{V_{\text{воды}}}{x} = \frac{30{,}0\ \text{см}^3}{3{,}0\ \text{см}} = 10{,}0\ \text{см}^2.$$

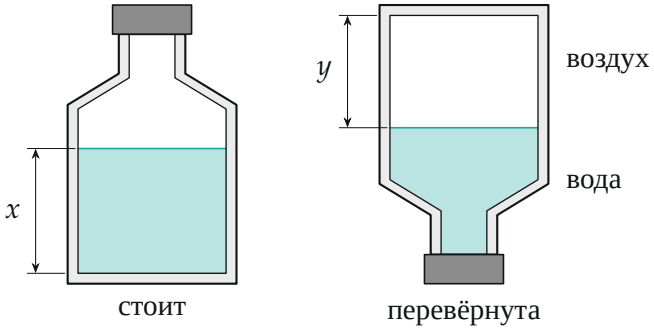


Рис. 2. Слева — вода в цилиндрической части высотой x; справа — бутылочка перевёрнута, воздух собрался в цилиндрической части высотой y.

2. Внутренний объём. Переворачиваем бутылочку пробкой вниз (рис. 2, справа): вода заполняет горлышко, плечики и часть цилиндра, а весь воздух собирается в цилиндрической части у бывшего дна, высота столба воздуха $y = 2{,}7$ см. Объём воздуха — всё, что не занято водой:

$$V_{\text{вну}} - V_{\text{воды}} = S_{\text{вну}}\, y,$$

$$V_{\text{вну}} = V_{\text{воды}} + S_{\text{вну}}\, y = 30{,}0 + 10{,}0 \cdot 2{,}7 = 57{,}0 \text{ мл}.$$

Это совпадает с прямым измерением организаторов на их установке (57 мл). У организаторов в тексте решения 56,0 мл — арифметическая описка.

3. Внешнее сечение. Обматываем цилиндрическую часть ниткой в два витка, отмечаем и меряем линейкой длину двух витков: $2\pi D = 25{,}5$ см (два витка точнее одного — ошибка отметок делится пополам). Отсюда

$$D = \frac{25{,}5 \text{ см}}{2\pi} = 4{,}06 \text{ см}, \qquad S_{\text{вне}} = \frac{\pi D^2}{4} = 12{,}9 \text{ см}^2.$$

Тот же результат даёт прокатывание бутылочки по линейке на один оборот.

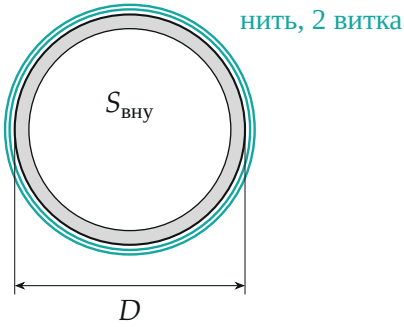


Рис. 3. Сечение цилиндрической части: стекло (серое кольцо) между внутренней площадью $S_{вну}$ и внешней $S_{вне} = \pi D^2/4$; нить в два витка даёт $2\pi D$.

4. Масса пустой бутылочки. Взвешиваем бутылочку с водой: $M = 87{,}5$ г. Масса воды $\rho_0 V_{\text{воды}} = 30{,}0$ г, поэтому

$$m = M - \rho_0 V_{\text{воды}} = 87{,}5 - 30{,}0 = 57{,}5 \text{ г}.$$

5. Внешний объём. Опускаем бутылочку в стаканчик с водой целиком (рис. 4, слева) и отмечаем уровень ценником. Вынимаем бутылочку, стараясь не унести капель, ставим стаканчик на весы и обнуляем их. Шприцем доливаем воду до ценника: весы показывают массу долитой

воды, а её объём равен объёму, который занимала бутылочка (рис. 4, справа):

$$V_{\text{вне}} = \frac{m_{\text{дол}}}{\rho_0} = 81{,}5 \text{ мл}.$$

Можно и наоборот: погрузить бутылочку и отобрать шприцем воду до исходного уровня, сливая её во второй стаканчик на весах.

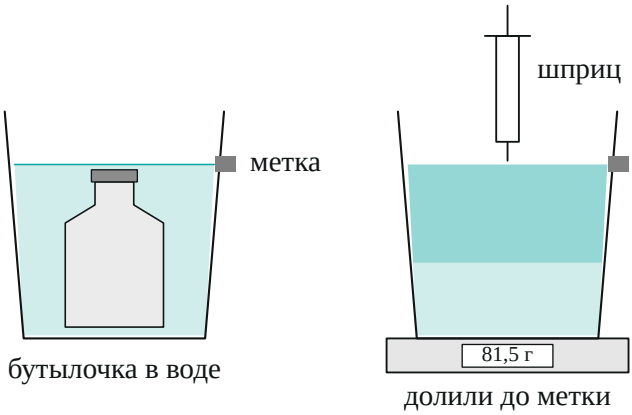


Рис. 4. Внешний объём: уровень с погружённой бутылочкой отмечен ценником; без бутылочки воду доливают шприцем до метки на обнулённых весах. Долитая вода (тёмная бирюза) — объём $V_{вне}$.

6. Плотность стекла. Стекло занимает объём между внешней и внутренней поверхностями: $V_{\text{ст}} = V_{\text{вне}} - V_{\text{вну}}$. Тогда

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{вне}} - V_{\text{вну}}} = \frac{57{,}5 \text{ г}}{81{,}5 \text{ мл} - 57{,}0 \text{ мл}} = \frac{57{,}5}{24{,}5} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \approx 2{,}3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Обратите внимание. В перевёрнутой бутылочке воздух должен целиком собраться в цилиндрической части — поэтому её высоты должно хватать: здесь воздуха 27 мл, а цилиндр вмещает больше. И ещё: при измерении $V_{\text{вне}}$ бутылочку надо погрузить целиком, вместе с пробкой; объёмом пробки по условию пренебрегаем.

Соберём ответ. $S_{\text{вну}} = \dfrac{V_{\text{воды}}}{x} = 10{,}0 \text{ см}^2$; $V_{\text{вну}} = V_{\text{воды}}\left(1 + \dfrac{y}{x}\right) = 57{,}0$ мл; $S_{\text{вне}} = \dfrac{\pi D^2}{4} = 12{,}9 \text{ см}^2$; $m = 57{,}5$ г; $\rho \approx 2{,}3$ г/см^3.

Проверка. Внутренний диаметр $\sqrt{4S_{\text{вну}}/\pi} = 3{,}57$ см, внешний 4,06 см: толщина стенки $\approx 2{,}5$ мм — обычная для аптечного пузырька. Плотность 2,3–2,5 г/см^3 — табличная для стекла. С описочным 56,0 мл вышло бы 2,25 г/см^3 — тоже 2,3 после округления, поэтому описка на итог не повлияла.

Ответ. 1) $V_{\text{вну}} \approx 57{,}0$ мл, $S_{\text{вну}} \approx 10{,}0$ см^2; 2) $S_{\text{вне}} \approx 12{,}9$ см^2; 3) $m \approx 57{,}5$ г; 4) $\rho \approx 2{,}3$ г/см^3 (по данным измерений организаторов).