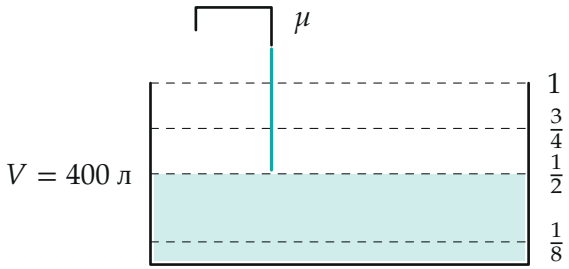
Васина ванна

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, региональный этап, 7 класс, задача 1] «Васина ванна».

Васин дом, почта и школа, в которой он учится, находятся на одной прямой улице. Однажды, выходя из школы, Вася понял, что уроки сильно утомили его, и ему очень хочется принять ванну. Он позвонил домой маме и попросил её включить воду, чтобы ванна наполнилась быстрее. Мама сразу же открыла кран и ушла по делам. К моменту Васиного прихода домой восьмая часть ванны была наполнена. Спустя 10 мин после прихода домой Вася вспомнил, что в школе осталось письмо, которое надо было сегодня обязательно отнести на почту. Он тут же вышел из дома. К моменту, когда он дошёл до школы, ванна заполнилась наполовину. В школе Вася не задерживался: быстро забрал письмо и отправился на почту. Когда же он добрался до неё, ванна заполнилась уже на $3/4$. На почте он также не задерживался и отправился домой. Вернувшись, Вася обнаружил на полу внушительную лужу.

1. Определите объёмный расход воды μ, поступающей в ванну из крана, если объём ванны $V = 400$ л.
2. Сколько воды успело вылиться на пол к моменту возвращения Васи домой?
3. Во сколько раз быстрее надо было двигаться Васе после выхода из дома, чтобы успеть вернуться домой точно к моменту заполнения ванны?

Считайте, что Вася шёл всегда с одинаковой скоростью и только вдоль улицы.



Поясняющий рисунок: ванна объёмом V и отметки заполнения из условия.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равномерные процессы: вода из крана льётся с постоянным расходом, Вася идёт с постоянной скоростью. Поэтому ванна работает как часы: доля заполнения, набранная за какой-то участок пути, пропорциональна времени, а значит, и длине участка. Главная идея: сначала по «часам-ванне» найти расход, потом по тем же часам сравнить расстояния и понять, как расположены дом, школа и почта.

Обозначения. τ — время пути от школы до дома (и обратно), τ' — от школы до почты; время отсчитываем от выхода из школы, когда мама открыла кран.

1. Расход воды. От выхода из школы до прихода домой Вася шёл время τ, и в ванну налилось $V/8$. Затем 10 мин дома, затем снова путь «дом — школа» за то же время τ (скорость одна). Всего к приходу в школу налилось $V/2$:

$$\frac{V}{8} + \mu \cdot 10\ \text{мин} + \frac{V}{8} = \frac{V}{2} \quad \Rightarrow \quad \mu \cdot 10\ \text{мин} = \frac{V}{4} = 100\ \text{л},$$

$$\mu = 10\ \text{л/мин}.$$

Отсюда и время пути «школа — дом»: $\tau = \dfrac{V/8}{\mu} = \dfrac{50}{10} = 5$ мин.

2. Путь «школа — почта». От школы до почты ванна набрала $\frac{3}{4}V - \frac{1}{2}V = \frac{1}{4}V = 100$ л, это $\tau' = 10$ мин — вдвое дольше, чем от школы до дома. Скорость одна, значит, почта вдвое дальше от школы, чем дом.

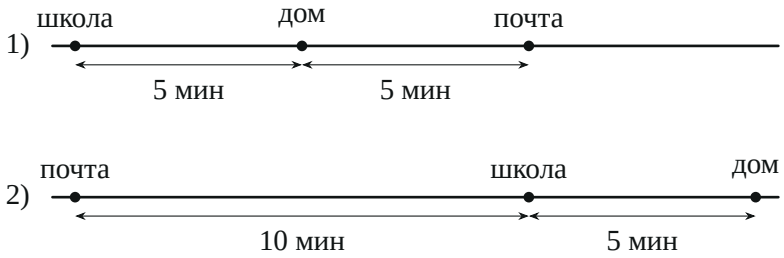


Рис. 2. Два возможных расположения: почта дальше от школы, чем дом, поэтому она не между ними. Масштаб — минуты Васиного пути.

3. Где почта. Почта вдвое дальше от школы, чем дом, поэтому она не может лежать между школой и домом. Остаются два варианта (рис. 2): 1) школа — дом — почта (почта за домом); 2) почта — школа — дом (почта по другую сторону от школы).

В варианте 1 обратный путь «почта — дом» занимает $10 - 5 = 5$ мин, к возвращению в ванне $\frac{3}{4}V + 5 \cdot 10 = 300 + 50 = 350$ л < 400 л — лужи нет. Это противоречит условию.

В варианте 2 обратный путь «почта — школа — дом» занимает $10 + 5 = 15$ мин, в кран за это время ушло 150 л:

$$300 + 150 = 450 \text{ л} > 400 \text{ л}.$$

Ванна переполнена — это наш вариант.

4. Лужа. На пол вылилось всё, что сверх объёма ванны:

$$\Delta V = 450 - 400 = 50 \text{ л} \quad \left(= \frac{V}{8}\right).$$

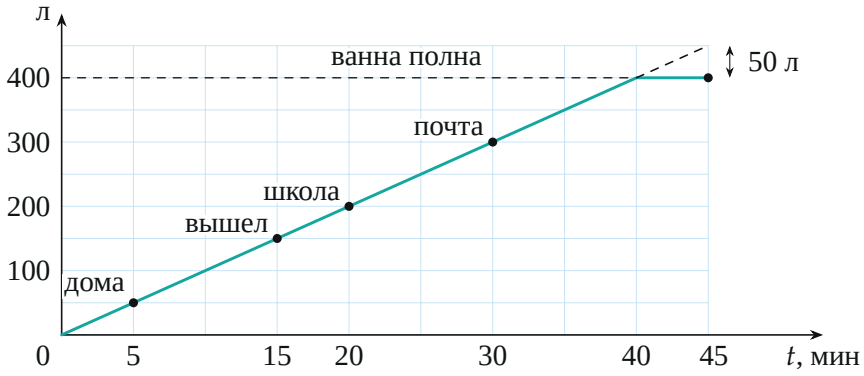


Рис. 3. Вода в ванне (бирюза) и всего из крана (пунктир после 40 мин): кран — «часы» Васиного пути. С 40-й минуты вода льётся на пол; к 45-й минуте вылилось 50 л.

5. Во сколько раз быстрее. Вася вышел из дома, когда в ванне было $\frac{1}{2}V - \frac{1}{8}V = \frac{3}{8}V = 150$ л (из $V/2$ к школе вычли $V/8$, набранные на пути

«дом — школа»). Весь путь «дом — школа — почта — школа — дом» занял

$$t_1 = 5 + 10 + 15 = 30 \text{ мин} \quad \left(= \frac{6V/8}{\mu}\right).$$

Чтобы успеть к заполнению, остаётся налить $\frac{5}{8}V = 250$ л, т. е. вернуться не позже чем через

$$t_2 = \frac{5V/8}{\mu} = 25 \text{ мин}.$$

Путь тот же, поэтому скорость надо увеличить во столько же раз, во сколько уменьшается время:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{30}{25} = 1{,}2.$$

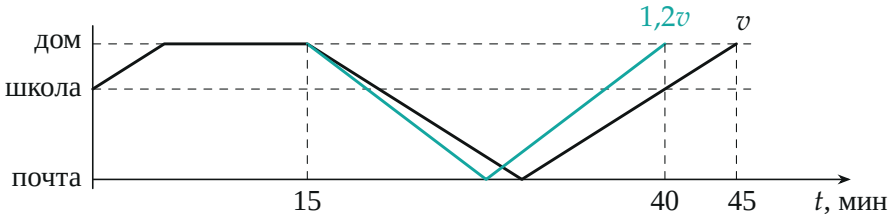


Рис. 4. Положение Васи на улице от времени. Чёрная линия — как было (домой в 45 мин), бирюзовая — со скоростью в 1,2 раза больше после выхода из дома (домой ровно в 40 мин, когда ванна полна).

Обратите внимание. Расположение не задано, и вариант «почта за домом» тоже подходит по расстояниям. Отбросить его позволяет только лужа: при нём Вася вернулся бы при 350 л в ванне.

Соберём ответ. $\mu = \dfrac{V/4}{10 \text{ мин}} = 10$ л/мин; на пол вылилось $\dfrac{V}{8} = 50$ л; скорость надо было увеличить в $\dfrac{6V/8}{5V/8} = 1{,}2$ раза.

Проверка. Хронология: дома в 5 мин (50 л), вышел в 15 мин (150 л), в школе в 20 мин (200 л $= V/2$), на почте в 30 мин (300 л $= \frac{3}{4}V$), ванна полна в 40 мин, Вася дома в 45 мин — 450 л из крана, 50 л на полу. Все данные условия выполнены.

Ответ. 1) $\mu = 10$ л/мин; 2) 50 л; 3) в 1,2 раза.