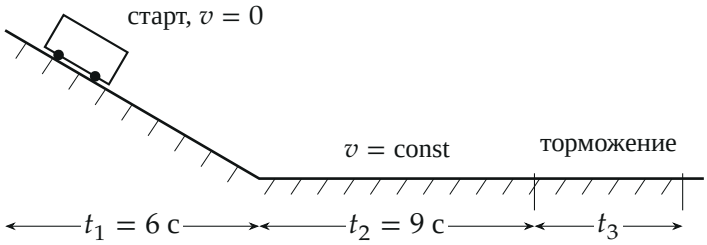
Разгон. Движение. Торможение.

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 10 класс, задача 1] «Разгон. Движение. Торможение.».

На сортировочной горке вагон начинает движение из состояния покоя: сначала разгоняется на наклонном участке в течение 6 с, затем 9 с едет по горизонтальному участку с постоянной скоростью, после чего тормозит и останавливается. Известно, что модуль ускорения при торможении в 2 раза больше, чем на наклонном участке. Суммарный путь вагона от начала движения до полной остановки составляет 113 м.

1. Сколько секунд длилось торможение вагона? Ответ выразите в с, округлив до сотых долей.
2. Определите ускорение вагона на наклонном участке. Ответ выразите в м/с^2, округлив до десятых долей.
3. Чему равна скорость вагона на горизонтальном участке? Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей.



Поясняющий рисунок: разгон на уклоне, равномерное движение по горизонтали и торможение до остановки

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равноускоренное движение из трёх участков. Вагон разгоняется от нуля до $v_{\max}$, едет с ней и тормозит от $v_{\max}$ до нуля. Ключевое: изменение скорости на разгоне и на торможении одно и то же, $v_{\max}$, поэтому время каждого участка обратно пропорционально модулю ускорения. Путь удобно считать площадью под графиком $v(t)$.

Обозначения. $t_1 = 6$ с, $t_2 = 9$ с, t_3 — время торможения; a — модуль ускорения на уклоне, $2a$ — при торможении; $v_{\max}$ — скорость на горизонтальном участке; $S = 113$ м. Ось x — вдоль движения вагона.

1. Время торможения. Равноускоренное движение из покоя: $v_{\max} = at_1$. Торможение до остановки с ускорением $2a$: $0 = v_{\max} - 2a\,t_3$. Отсюда

$$t_3 = \frac{v_{\max}}{2a} = \frac{at_1}{2a} = \frac{t_1}{2} = 3{,}00 \text{ с}.$$

2. Скорость на горизонтальном участке. Путь — площадь под графиком скорости (рис. 1): два треугольника и прямоугольник:

$$S = \frac{v_{\max}t_1}{2} + v_{\max}t_2 + \frac{v_{\max}t_3}{2} = v_{\max}\left(\frac{t_1 + t_3}{2} + t_2\right) = v_{\max} \cdot 13{,}5 \text{ с},$$

$$v_{\max} = \frac{S}{\frac{t_1+t_3}{2} + t_2} = \frac{113}{13{,}5} \text{ м/с} = 8{,}37 \text{ м/с} \approx 8{,}4 \text{ м/с}.$$

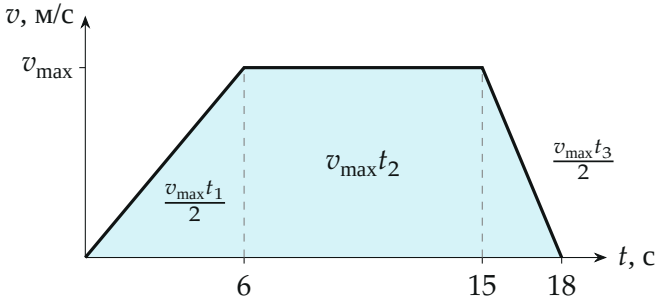


Рис. 1. График скорости (построен по найденным числам): путь — площадь трапеции, сумма двух треугольников и прямоугольника

3. Ускорение на уклоне — из $v_{\max} = at_1$:

$$a = \frac{v_{\max}}{t_1} = \frac{8{,}37}{6} \text{ м/с}^2 = 1{,}395 \text{ м/с}^2 \approx 1{,}4 \text{ м/с}^2.$$

При торможении модуль ускорения $2a \approx 2{,}8$ м/с^2.

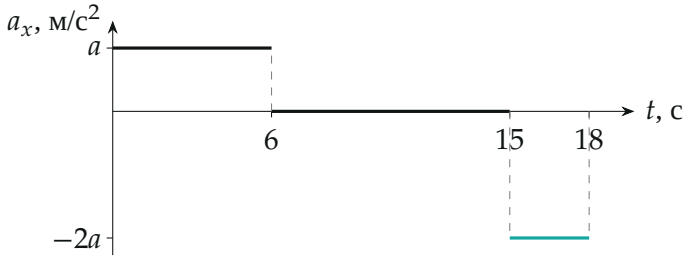


Рис. 2. Проекция ускорения: a на разгоне, 0 на горизонтали, $-2a$ на торможении — площади над и под осью равны (скорость в конце снова ноль)

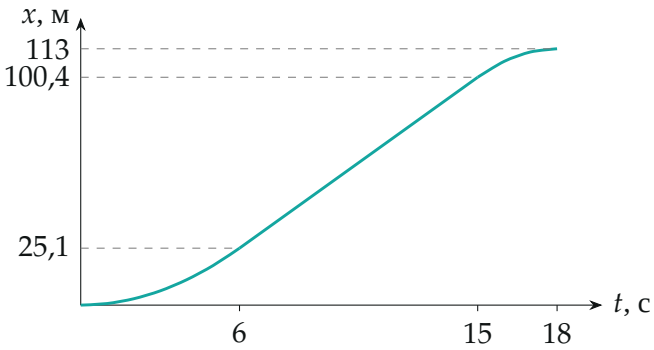


Рис. 3. Координата вагона по точкам: парабола на разгоне, прямая на горизонтали, парабола до остановки на 113 м

Обратите внимание. На торможении средняя скорость, как и на разгоне, равна $v_{\max}/2$, а не $v_{\max}$: пути наклонных участков графика — треугольники, поэтому в скобке стоит $(t_1 + t_3)/2$, а не $t_1 + t_3$.

Проверка. Размерности: S/t — м/с, v/t — м/с^2. Сумма путей по участкам (рис. 3): $\frac{at_1^2}{2} = 25{,}1$ м, $v_{\max}t_2 = 75{,}3$ м, $\frac{v_{\max}t_3}{2} = 12{,}6$ м, всего 113,0 м — верно. Площади под графиком ускорения: $at_1 = 2a\,t_3$ — скорость вернулась к нулю.

Смысл: одна и та же скорость набирается и гасится, поэтому вдвое большее ускорение — вдвое меньшее время.

Ответ. 1) $t_3 = \dfrac{t_1}{2} = 3{,}00$ с; 2) $a = \dfrac{S}{t_1\left(\frac{t_1+t_3}{2} + t_2\right)} \approx 1{,}4$ м/с^2; 3) $v_{\max} =$

$$\frac{S}{\frac{t_1+t_3}{2}+t_2} \approx 8{,}4 \text{ м/с}.$$