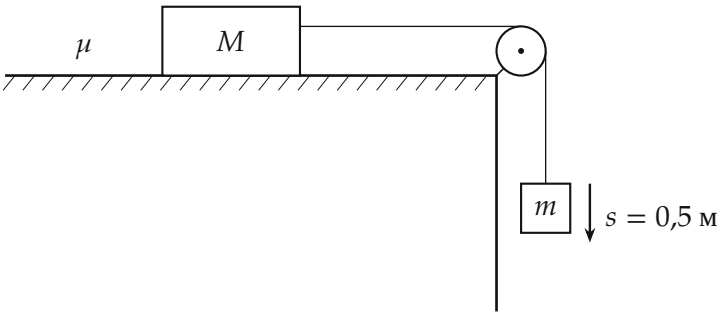
После перерезания

Задача 2. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 10 класс, задача 2] «После перерезания».

На шероховатом горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 4$ кг, соединённый лёгкой нерастяжимой нитью с подвешенным грузом массой $m = 1$ кг. Нить перекинута через идеальный блок. Систему отпускают из состояния покоя. После того как груз опускается на расстояние $s = 0{,}5$ м, нить мгновенно перерезают. Коэффициент трения между бруском и столом составляет $\mu = 0{,}2$. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

1. Найдите ускорение бруска до перерезания нити. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей.
2. Определите силу натяжения нити до того, как её разрезали. Ответ выразите в Н, округлив до десятых долей.
3. На какое расстояние переместится брусок после перерезания нити, прежде чем остановится? Считайте, что брусок успевает остановиться, не доехав до края стола. Ответ выразите в м, округлив до сотых долей.
4. Чему равен модуль работы силы трения за все время движения бруска? Ответ выразите в Дж, округлив до сотых долей.



Поясняющий рисунок: брусок M на шероховатом столе, нить через блок к грузу m

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на динамику связанных тел с трением, в два этапа. До разреза груз тянет брусок через нить: оба тела движутся с одним ускорением, трение скольжения тормозит брусок.

Сначала проверим, сдвинется ли система: груз тянет с силой $mg = 10$ Н, а наибольшее трение $\mu Mg = 8$ Н — сдвинется. После разреза нить на брусок больше не действует, и он тормозит только трением до остановки. Работа трения — сила трения, умноженная на весь путь бруска.

Обозначения. a — модуль ускорения тел до разреза; T — натяжение нити; v — скорость бруска в момент разреза; a_2 — модуль ускорения торможения; s_2 — путь торможения. Для бруска ось x — горизонтально по движению; для груза ось y — вертикально вниз.

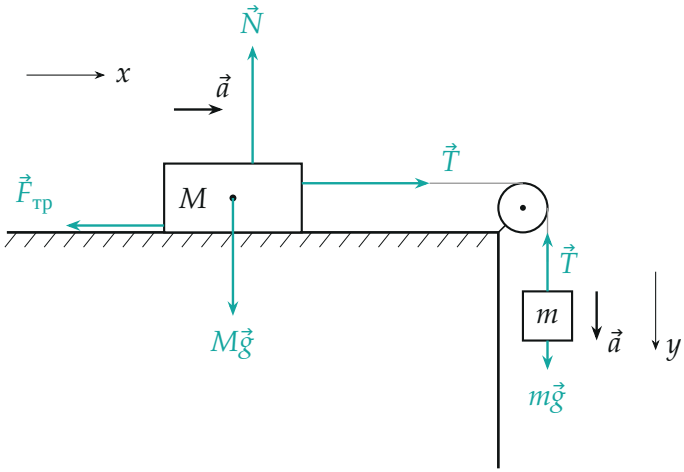


Рис. 1. Силы до перерезания: на брусок — натяжение, трение, тяжесть, реакция; на груз — натяжение и тяжесть; ускорения по модулю равны

1. Ускорение до разреза. Брусок прижат к столу силой Mg (по вертикали ускорения нет: $N = Mg$), трение скольжения $F_{тр} = \mu N = \mu Mg = 8$ Н. Второй закон Ньютона для бруска в проекции на x и для груза в проекции на y:

$$\begin{cases} Ma = T - \mu Mg, \\ ma = mg - T. \end{cases}$$

Складываем — натяжение уходит:

$$a = \frac{mg - \mu Mg}{M + m} = \frac{10 - 8}{5}\ \text{м/с}^2 = 0{,}40\ \text{м/с}^2.$$

2. Натяжение нити — из уравнения для бруска:

$$T = M(a + \mu g) = 4 \cdot (0{,}4 + 2)\ \text{Н} = 9{,}6\ \text{Н}.$$

Проверка по уравнению груза: $T = m(g - a) = 1 \cdot 9{,}6 = 9{,}6$ Н — то же.

3. Путь торможения. За время разгона брусок прошёл столько же, сколько опустился груз, $s = 0{,}5$ м. Равноускоренное движение из покоя: $v^2 = 2as = 2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}40$ м^2/с^2 ($v = 0{,}63$ м/с). После разреза на брусок по горизонтали действует только трение скольжения, второй закон Ньютона: $Ma_2 = \mu Mg$, $a_2 = \mu g = 2$ м/с^2. Путь до остановки:

$$s_2 = \frac{v^2}{2a_2} = \frac{2as}{2\mu g} = \frac{a}{\mu g}\, s = \frac{0{,}4}{2} \cdot 0{,}5\ \text{м} = 0{,}10\ \text{м}.$$

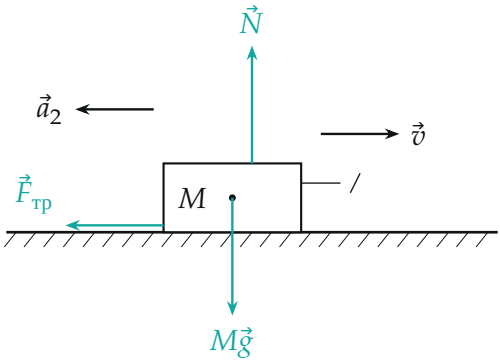


Рис. 2. После перерезания: горизонтально на брусок действует только трение, он тормозит с $a_2 = \mu g$

4. Работа трения. Сила трения скольжения на всём пути постоянна, $\mu Mg = 8$ Н (прижимающая сила Mg не менялась), и направлена против движения:

$$|A_{\text{тр}}| = \mu Mg\,(s + s_2) = 8 \cdot (0{,}5 + 0{,}1)\ \text{Дж} = 4{,}80\ \text{Дж}.$$

Второй способ — через энергию. На разгоне убыль потенциальной энергии груза идёт в кинетическую энергию тел и в работу трения; на тор-

можении трение гасит кинетическую энергию бруска:

$$|A_{\text{тр},1}| = mgs - \frac{(M+m)v^2}{2} = 5 - 1 = 4{,}0 \text{ Дж},$$

$$|A_{\text{тр},2}| = \frac{Mv^2}{2} = 0{,}80 \text{ Дж}.$$

Сумма 4,80 Дж — совпадает.

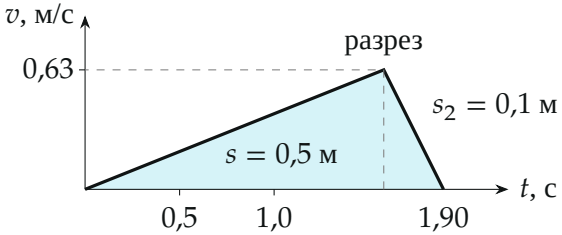


Рис. 3. Скорость бруска (по расчёту): разгон 0,4 м/с² за 1,58 с, затем торможение 2 м/с² за 0,32 с; площади — пути 0,5 и 0,1 м

Обратите внимание. После разреза кинетическая энергия груза уходит вместе с грузом: на торможение бруска тратится только $Mv^2/2$, а не $(M+m)v^2/2$.

Проверка. Размерности: $\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, Н·м = Дж. Предел: при $\mu \to \frac{m}{M} = 0{,}25$ ускорение $a \to 0$ — система едва трогается, и путь торможения $s_2 \to 0$. Знак: $a > 0$, так как $mg > \mu Mg$.

Смысл: трение действует на брусок всё время с одной силой, поэтому его работа — просто сила на весь путь.

Ответ. 1) $a = \frac{m-\mu M}{M+m} g = 0{,}40$ м/с²; 2) $T = M(a+\mu g) = 9{,}6$ Н; 3) $s_2 = \frac{a}{\mu g} s = 0{,}10$ м; 4) $|A_{\text{тр}}| = \mu Mg(s+s_2) = 4{,}80$ Дж.