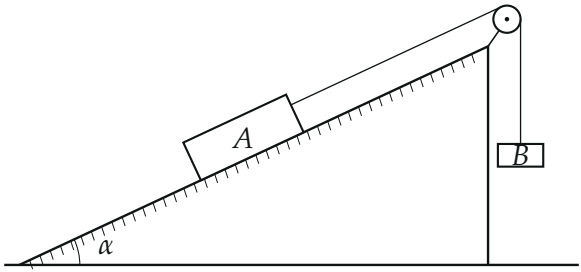
Два тела на наклонной плоскости

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 11 класс, задача 1] «Два тела на наклонной плоскости».

На наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 25°$ с горизонтом, покоится брусок A массой $m_A = 1{,}8$ кг. К бруску прикреплена лёгкая нерастяжимая нить, перекинутая через невесомый идеальный блок, закреплённый на вершине плоскости. На другом конце нити подвешен груз B массой $m_B = 2{,}3$ кг. Коэффициент трения скольжения между бруском A и плоскостью равен $\mu = 0{,}15$. Систему отпускают из состояния покоя (см. рисунок). Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.



1. Определите величину ускорения, с которым движется груз B. Ответ выразите в м/с^2, округлив до сотых долей.
2. Найдите силу натяжения нити. Ответ выразите в ньютонах, округлив до десятых долей.
3. Какой путь пройдёт груз B за первые $t = 0{,}80$ с движения? Ответ выразите в метрах, округлив до сотых долей.
4. Определите минимальный коэффициент трения $\mu_{\min}$ между бруском A и плоскостью, при котором система сохранила бы состояние покоя. Ответ округлите до сотых долей.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на динамику связанных тел. Сначала решим, куда поедет система: груз B тянет нить с силой $m_B g = 23$ Н, а скатывающая составляющая силы тяжести бруска — только $m_A g \sin\alpha \approx 7{,}6$ Н. Значит, B опускается, а A едет вверх по

плоскости, и сила трения на A направлена вниз вдоль плоскости. Нить нерастяжима, блок идеальный — ускорения тел по модулю равны, натяжение по обе стороны блока одинаково. Пишем второй закон Ньютона для каждого тела в своей оси.

Обозначения. a — модуль ускорения тел; T — сила натяжения нити; N — сила нормальной реакции плоскости; $F_{\text{тр}}$ — сила трения скольжения. Для бруска A: ось x вдоль плоскости вверх (по движению), ось y — перпендикулярно плоскости. Для груза B: ось y' вертикально вниз (по движению).

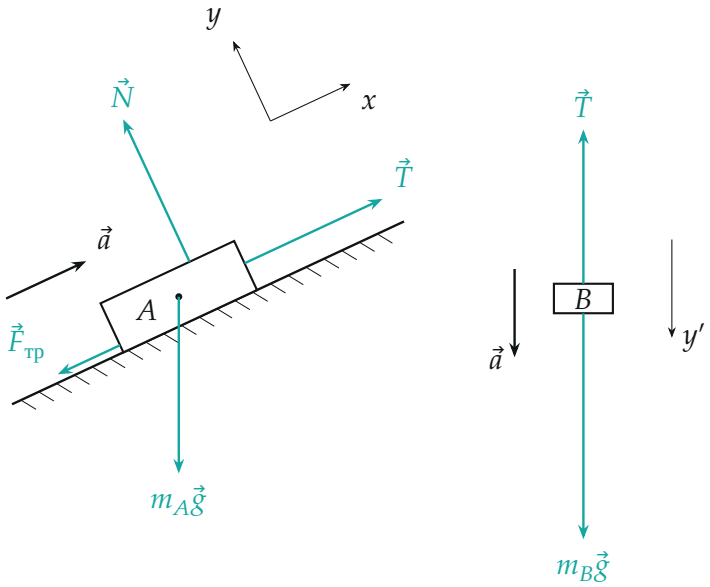


Рис. 1. Силы на брусок A (слева, оси x, y по плоскости) и на груз B (справа, ось y' вниз); длины стрелок — по модулям сил

1. Брусок поперёк плоскости. Второй закон Ньютона для бруска A: $m_A\vec{a} = \vec{T} + \vec{N} + m_A\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}}$. В проекции на ось y ускорения нет:

$$0 = N - m_A g\cos\alpha \quad \Longrightarrow \quad N = m_A g\cos\alpha = 16{,}3\ \text{Н}.$$

Брусок скользит, поэтому трение — скольжения: $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m_A g\cos\alpha = 2{,}45$ Н.

2. Уравнения движения вдоль нити. Тот же закон для бруска A в проекции на ось x и для груза B ($m_B\vec{a} = \vec{T} + m_B\vec{g}$) в проекции на ось y':

$$\begin{cases} m_A a = T - m_A g \sin\alpha - \mu m_A g \cos\alpha, \\ m_B a = m_B g - T. \end{cases}$$

Сложим уравнения — натяжение сократится:

$$a = \frac{m_B g - m_A g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_A + m_B} = \frac{23 - 18\cdot(0{,}4226 + 0{,}1359)}{4{,}1}\ \text{м/с}^2 =$$
$$= \frac{23 - 10{,}05}{4{,}1}\ \text{м/с}^2 \approx 3{,}16\ \text{м/с}^2.$$

Ответ положительный — направление движения угадано верно.

3. Натяжение нити — из уравнения для груза B:

$$T = m_B(g - a) = 2{,}3\cdot(10 - 3{,}158)\ \text{Н} \approx 15{,}7\ \text{Н}.$$

Натяжение меньше веса груза (23 Н), потому что груз ускоряется вниз, и больше суммы сил, тормозящих брусок ($7{,}6 + 2{,}45 = 10{,}05$ Н), потому что брусок ускоряется вверх.

4. Путь за $t = 0{,}80$ с. Ускорение постоянно, начальная скорость нулевая — равноускоренное движение:

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{3{,}158\cdot 0{,}64}{2}\ \text{м} \approx 1{,}01\ \text{м}.$$

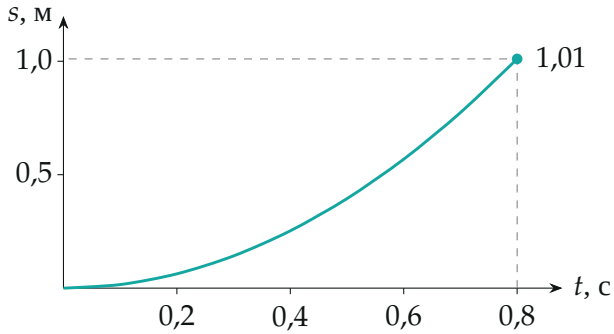


Рис. 2. Путь груза $s(t) = at^2/2$, построенный по точкам: за 0,80 с — 1,01 м

5. Минимальный коэффициент трения для покоя. Если бы брусок покоился, нить держала бы груз: $T = m_B g = 23$ Н (ускорения нет). Брусок стремится ехать вверх (его тянет нить), поэтому сила трения покоя на нём направлена вниз вдоль плоскости. Условие покоя бруска в проекции на ось x:

$$0 = T - m_A g \sin\alpha - F_{\text{тр.пок}},$$

$$F_{\text{тр.пок}} = m_B g - m_A g \sin\alpha = 23 - 7{,}61 = 15{,}39 \text{ Н}.$$

Трение покоя не превосходит μN: $F_{\text{тр.пок}} \le \mu m_A g \cos\alpha$. Наименьший μ — когда это равенство:

$$\mu_{\min} = \frac{m_B g - m_A g \sin\alpha}{m_A g \cos\alpha} = \frac{m_B - m_A \sin\alpha}{m_A \cos\alpha} = \frac{2{,}3 - 1{,}8 \cdot 0{,}4226}{1{,}8 \cdot 0{,}9063} \approx 0{,}94.$$

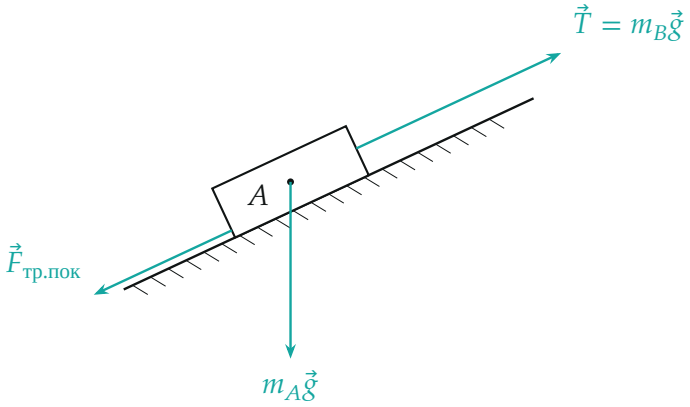


Рис. 3. Предельный покой: нить тянет брусок вверх с силой m_Bg, трение покоя — вниз вдоль плоскости, вместе со скатывающей силой $m_Ag\sin\alpha$ оно уравновешивает нить ($\vec{N}$ не показана)

Обратите внимание. Направление силы трения определяется тем, куда тело едет (или стремится ехать). Здесь брусок тянут вверх, и трение направлено вниз по плоскости — и при движении (шаг 2), и в покое (шаг 5) оно складывается со скатывающей силой.

Проверка. Размерности: в a — Н/кг = м/с^2; $\mu_{\min}$ безразмерен. Предел: при $\mu = 0$ получаем $a = g\dfrac{m_B - m_A\sin\alpha}{m_A + m_B} = 3{,}75$ м/с^2 — больше, чем с трением, как и должно быть. Согласованность: при $\mu = \mu_{\min} = 0{,}94$ формула п. 1 даёт $a = 0$. Найденный $\mu = 0{,}15 < 0{,}94$, поэтому система действительно поехала.

Смысл: груз перетягивает брусок, и движение замедляют скатывающая составляющая силы тяжести бруска и трение.

Ответ. 1) $a = \dfrac{m_B - m_A(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_A + m_B}g \approx 3{,}16$ м/с^2; 2) $T = m_B(g - a) \approx 15{,}7$ Н; 3) $s = \dfrac{at^2}{2} \approx 1{,}01$ м; 4) $\mu_{\min} = \dfrac{m_B - m_A\sin\alpha}{m_A\cos\alpha} \approx 0{,}94$.