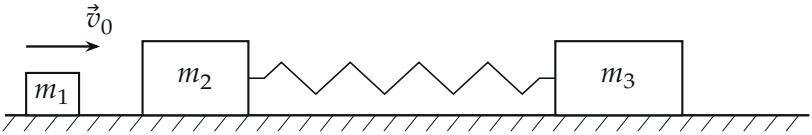
Неупругий удар

Задача 2. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 11 класс, задача 2] «Неупругий удар».

На гладком горизонтальном столе покоятся два бруска: левый массой $m_2 = 0{,}30$ кг, правый массой $m_3 = 0{,}50$ кг. Бруски соединены идеальной пружиной жёсткостью $k = 200$ Н/м. Слева по столу без трения скользит снаряд массой $m_1 = 0{,}20$ кг со скоростью $v_0 = 4{,}0$ м/с и центральным абсолютно неупругим образом сталкивается с левым бруском. После удара система «снаряд + левый брусок» движется как единое целое.



Поясняющий рисунок: снаряд m_1 летит к левому бруску; бруски соединены недеформированной пружиной

1. Определите скорость u системы «снаряд + левый брусок» сразу после удара. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей.
2. Определите скорость правого бруска m_3 в момент максимального сжатия пружины. Ответ выразите в м/с, округлив до десятых долей.
3. Найдите максимальное сжатие пружины $x_{\max}$. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей.
4. На сколько процентов уменьшилась механическая энергия системы при соударении? Дайте ответ в процентах, округлив до целого числа.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на законы сохранения в два этапа. Этап 1 — удар: он очень короткий, пружина за это время не успевает сжаться, поэтому правый брусок в ударе не участвует; сохраняется импульс пары «снаряд + левый брусок», а механическая энергия — нет (удар неупругий, часть энергии уходит в тепло). Этап 2 — сжатие пружины: трения нет, внешние силы вертикальны, поэтому сохраняются и

импульс, и механическая энергия всех трёх тел. В момент наибольшего сжатия пружина перестаёт укорачиваться — скорости брусков по обе стороны от неё равны.

Обозначения. u — скорость пары $m_1 + m_2$ сразу после удара; V — общая скорость всех тел в момент максимального сжатия; $x_{\max}$ — максимальное сжатие. Ось x — горизонтально вправо, по $\vec{v}_0$.

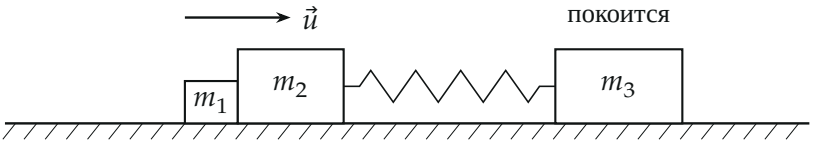


Рис. 1. Сразу после удара: пара m_1+m_2 движется со скоростью u, пружина ещё не сжата, m_3 покоится

1. Удар: закон сохранения импульса пары $m_1 + m_2$. За время удара силы взаимодействия снаряда и бруска огромны, а пружина ещё не деформирована и на левый брусок не действует; внешние силы (тяжести и реакции стола) вертикальны. Поэтому импульс пары вдоль x сохраняется:

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2)u \quad \Longrightarrow \quad u = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}20 \cdot 4{,}0}{0{,}50}\ \text{м/с} = 1{,}6\ \text{м/с}.$$

2. Скорость в момент максимального сжатия. Длина пружины меняется со скоростью $v_{12} - v_3$. Пока левая пара догоняет правый брусок, пружина сжимается; наибольшее сжатие — в момент, когда скорости сравнялись: $v_{12} = v_3 = V$. После удара на систему трёх тел по горизонтали внешние силы не действуют, поэтому сохраняется импульс всей системы:

$$(m_1 + m_2)u = (m_1 + m_2 + m_3)V,$$

$$V = \frac{(m_1 + m_2)u}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0{,}80}{1{,}0}\ \text{м/с} = 0{,}8\ \text{м/с}.$$

Это и есть скорость правого бруска m_3 в момент максимального сжатия.

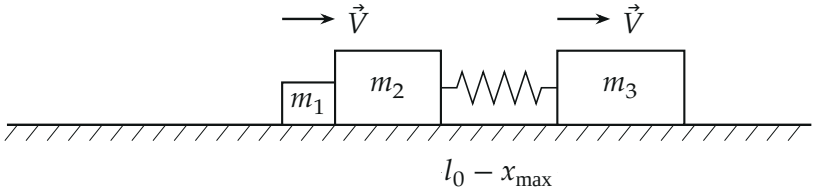


Рис. 2. Максимальное сжатие: все тела движутся с одной скоростью V, пружина короче на $x_{\max}$

3. Максимальное сжатие: закон сохранения механической энергии системы трёх тел с пружиной между состоянием сразу после удара и моментом наибольшего сжатия (трения нет, удар уже закончился):

$$\frac{(m_1+m_2)u^2}{2} = \frac{(m_1+m_2+m_3)V^2}{2} + \frac{kx_{\max}^2}{2}.$$

Слева $\dfrac{0{,}50\cdot 1{,}6^2}{2} = 0{,}64$ Дж, первое слагаемое справа $\dfrac{1{,}0\cdot 0{,}8^2}{2} = 0{,}32$ Дж, значит, в пружине 0,32 Дж:

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}32\ \text{Дж}}{200\ \text{Н/м}}} = \sqrt{0{,}0032}\ \text{м} \approx 0{,}0566\ \text{м} \approx 5{,}7\ \text{см}.$$

4. Потеря энергии при ударе. До удара механическая энергия — кинетическая энергия снаряда, сразу после — кинетическая энергия пары (пружина ещё не сжата):

$$E_0 = \frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{0{,}20\cdot 16}{2} = 1{,}6\ \text{Дж}, \qquad E_1 = \frac{(m_1+m_2)u^2}{2} = 0{,}64\ \text{Дж}.$$

Доля потерь:

$$\frac{E_0 - E_1}{E_0} = 1 - \frac{m_1}{m_1+m_2} = \frac{m_2}{m_1+m_2} = \frac{0{,}30}{0{,}50} = 0{,}60 = 60\,\%.$$

Формула в общем виде: $E_1/E_0 = \dfrac{(m_1+m_2)u^2}{m_1 v_0^2} = \dfrac{m_1}{m_1+m_2}$ — подставили u из п. 1.

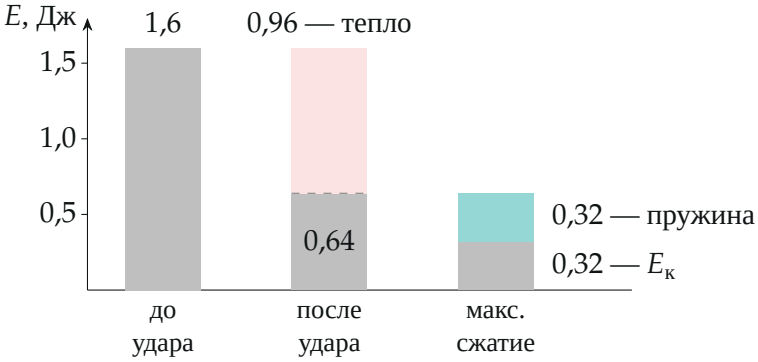


Рис. 3. Энергия по этапам (в масштабе): удар уносит 0,96 Дж в тепло, при сжатии 0,64 Дж делятся поровну между движением и пружиной

Обратите внимание. Энергию нельзя сохранять «от начала до конца»: в неупругом ударе 60 % энергии ушло в тепло. Закон сохранения энергии пишем только после удара, а через удар переносим импульс.

Проверка. Размерности: $\sqrt{\text{Дж}/(\text{Н}/\text{м})} = \text{м}$. Предел: при $m_2 \to 0$ потерь нет ($m_2/(m_1 + m_2) \to 0$) — снаряд не с чем «склеивать». Второй способ для п. 3 — в системе центра масс, которая движется со скоростью V: относительная кинетическая энергия $\dfrac{\mu_{\text{пр}} u^2}{2}$ с приведённой массой $\mu_{\text{пр}} = \dfrac{(m_1 + m_2)m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}25$ кг целиком переходит в пружину: $\dfrac{0{,}25 \cdot 1{,}6^2}{2} = 0{,}32$ Дж — совпадает.

Смысл: удар съедает энергию, но не импульс; пружина затем запасает ту часть энергии, которая приходится на движение тел друг относительно друга.

Ответ. 1) $u = \dfrac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} = 1{,}6$ м/с; 2) $V = \dfrac{m_1 v_0}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}8$ м/с; 3) $x_{\max} \approx 5{,}7$ см; 4) $\dfrac{m_2}{m_1 + m_2} = 60\,\%$.