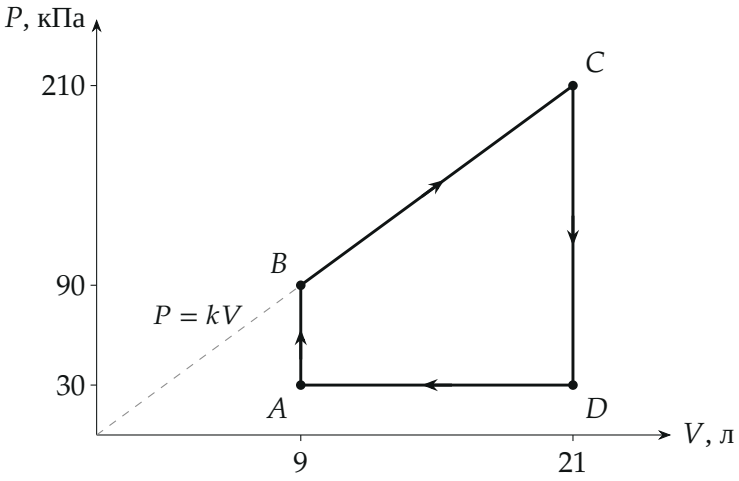
Цикл с линейным участком

Задача 3. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 11 класс, задача 3] «Цикл с линейным участком».

С одним молем идеального одноатомного газа совершают циклический процесс $ABCDA$, состоящий из двух изохорных процессов AB и CD, изобарного процесса DA и процесса BC, в котором давление остаётся пропорциональным объёму ($P = kV$). Объём газа в процессе AB равен 9 л, в процессе CD — 21 л, давление в процессе DA равно 30 кПа. Максимальное давление газа в цикле равно 210 кПа. Во всех расчётах используйте универсальную газовую постоянную $R = 8{,}314$ Дж/(моль·К).

1. Рассчитайте работу, совершённую газом на участке $B \to C$. Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей.
2. Найдите количество теплоты, отданное газом на участке $C \to D$. Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей.
3. Определите изменение внутренней энергии газа за полуцикл $A \to B \to C$. Ответ выразите в кДж, округлив до сотых долей.
4. Найдите температуру газа в состоянии C. Ответ выразите в К, округлив до целого числа.



Поясняющий рисунок: цикл $ABCDA$ на диаграмме P–V, построенный по данным; продолжение прямой BC (штрих) проходит через начало координат

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на первое начало термодинамики для цикла из простых участков. Сначала восстановим все четыре вершины на диаграмме P–V: работа — площадь под графиком, внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}PV$ зависит только от состояния, поэтому для любого участка ΔU считается по концам, а теплота — по первому началу $Q = \Delta U + A$.

Обозначения. P_i, V_i, T_i — давление, объём и температура в вершине i; $V_1 = 9$ л, $V_2 = 21$ л, $P_0 = 30$ кПа, $P_{\max} = 210$ кПа; $\nu = 1$ моль. Удобно: $1\ \text{кПа} \cdot 1\ \text{л} = 1\ \text{Дж}$.

1. Вершины цикла. На прямой $P = kV$ давление растёт с объёмом, на изохоре CD оно падает, на изохоре AB растёт от P_0, а на изобаре DA постоянно и равно P_0. Значит, наибольшее давление — в конце участка BC, в точке C с наибольшим объёмом:

$$P_C = P_{\max} = 210\ \text{кПа}, \quad V_C = 21\ \text{л},$$

$$k = \frac{P_C}{V_C} = 10\ \frac{\text{кПа}}{\text{л}}, \qquad P_B = kV_B = 90\ \text{кПа}.$$

Итого: A (9 л; 30 кПа), B (9; 90), C (21; 210), D (21; 30).

2. Работа на BC — площадь трапеции под отрезком BC (рис. 1):

$$A_{BC} = \frac{P_B + P_C}{2}(V_C - V_B) = \frac{90 + 210}{2} \cdot 12\ \text{Дж} = 1800\ \text{Дж} = 1{,}80\ \text{кДж}.$$

Газ расширяется, поэтому работа положительна. Тот же результат даёт формула для $P = kV$: $A_{BC} = \frac{k}{2}(V_C^2 - V_B^2) = 5 \cdot (441 - 81) = 1800$ Дж.

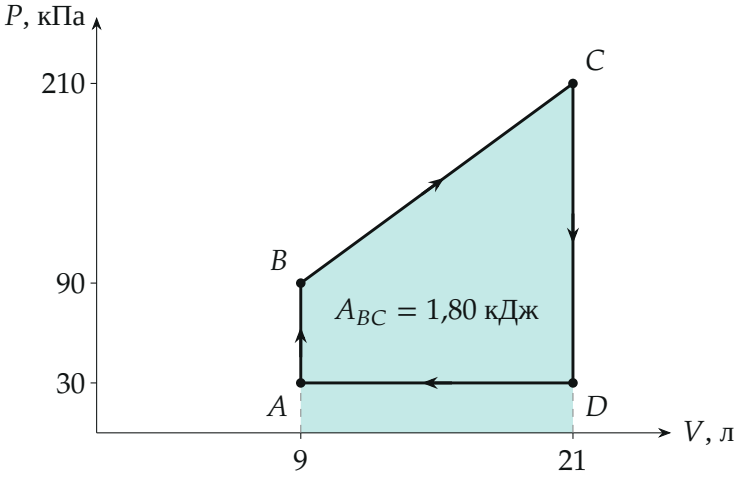


Рис. 1. Работа газа на участке BC — площадь трапеции под отрезком BC

3. Температура в C — из уравнения Менделеева–Клапейрона $P_C V_C = \nu R T_C$:

$$T_C = \frac{P_C V_C}{\nu R} = \frac{4410\ \text{Дж}}{1\ \text{моль} \cdot 8{,}314\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}} = \frac{4410}{8{,}314}\ \text{К} \approx 530\ \text{К}.$$

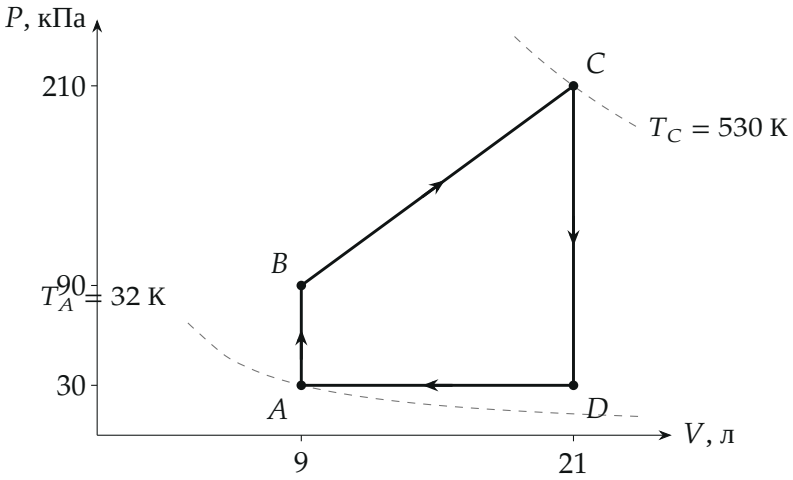


Рис. 2. Изотермы через A и C (штрих, PV = const): C — самая горячая точка цикла, A — самая холодная

4. Теплота на CD: первое начало термодинамики $Q_{CD} = \Delta U_{CD} + A_{CD}$. Объём не меняется — работа $A_{CD} = 0$. Изменение внутренней энергии одноатомного газа:

$$\Delta U_{CD} = \frac{3}{2}(P_D V_D - P_C V_C) = \frac{3}{2}(630 - 4410)\ \text{Дж} = -5670\ \text{Дж}.$$

Значит, $Q_{CD} = -5{,}67$ кДж: газ *отдаёт* 5,67 кДж (при постоянном объёме давление падает — газ остывает).

5. ΔU за полуцикл $A \to B \to C$**.** Внутренняя энергия — функция состояния, промежуточная точка B не важна:

$$\Delta U_{ABC} = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_A V_A) = \frac{3}{2}(4410 - 270)\ \text{Дж} = 6{,}21\ \text{кДж}.$$

Проверка по участкам той же формулой: $\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(810 - 270) = 810$ Дж и $\Delta U_{BC} = \frac{3}{2}(4410 - 810) = 5400$ Дж, в сумме 6210 Дж.

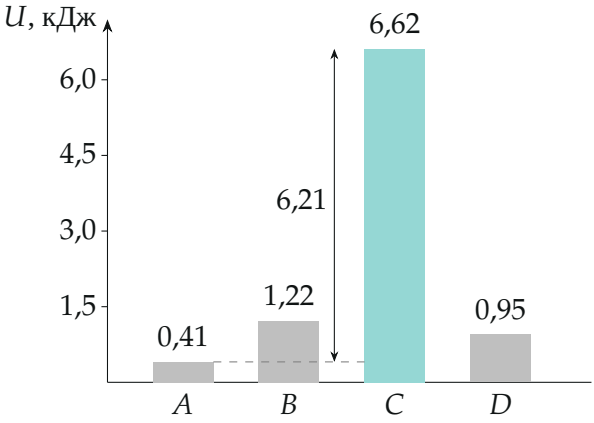


Рис. 3. Внутренняя энергия $U = \frac{3}{2}PV$ в вершинах цикла: от A до C она растёт на 6,21 кДж, на CD падает на 5,67 кДж

Обратите внимание. В п. 2 спрашивают теплоту, *отданную* газом: по первому началу $Q_{CD} < 0$, а в ответ идёт модуль, 5,67 кДж.

Проверка. Размерность: кПа·л = Дж, PV/R — в кельвинах. Знаки: на BC газ расширяется ($A > 0$) и нагревается ($\Delta U > 0$), на CD остывает

($Q < 0$) — согласуется с изотермами на рис. 2. Сумма ΔU по всему циклу: $\Delta U_{ABC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 6210 - 5670 + \frac{3}{2}(270 - 630) = 0$ — как и должно быть за цикл.

Смысл: на диаграмме P–V работа — площадь, а внутренняя энергия одноатомного газа — просто $\frac{3}{2}PV$ в каждой точке.

Ответ. 1) $A_{BC} = \dfrac{P_B + P_C}{2}(V_C - V_B) = 1{,}80$ кДж; 2) $|Q_{CD}| = \frac{3}{2}(P_C - P_D)V_C = 5{,}67$ кДж; 3) $\Delta U_{ABC} = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_A V_A) = 6{,}21$ кДж; 4) $T_C = \dfrac{P_C V_C}{\nu R} \approx 530$ К.