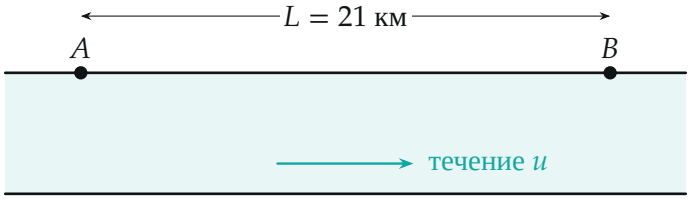
Речное путешествие

Задача 4. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 7 класс, задача 4] «Речное путешествие».

Пристань A находится выше по течению реки, чем пристань B, причём расстояние между ними равно 21 км. Моторная лодка следует от пристани B к пристани A, останавливается там на 15 мин (при этом её мотор глушат), а затем возвращается в B. Скорость лодки в стоячей воде равна 18 км/ч, скорость течения реки равна 3 км/ч. При движении в стоячей воде двигатель моторной лодки потребляет 0,30 кг топлива на каждый километр пути. Считайте, что при движении лодки и в стоячей воде, и по реке расход топлива в единицу времени одинаков.

1. Определите скорость лодки относительно берега при движении против течения. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа.
2. Сколько времени занимает путь лодки от пристани B к пристани A? Ответ выразите в минутах, округлив до десятых.
3. Через какое время после отправления от пристани B лодка снова вернётся к ней? Ответ выразите в минутах, округлив до целого числа.
4. Какая масса топлива затрачена лодкой при прохождении 1 км против течения? Ответ выразите в кг, округлив до сотых долей.
5. Сколько топлива расходует лодка за весь рейс? Ответ выразите в кг, округлив до целого числа.



Поясняющий рисунок: пристань A выше по течению, течение несёт воду от A к B

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на сложение скоростей. Лодка движется относительно воды со скоростью v_0, а вода — относительно

берега со скоростью u. Против течения скорости вычитаются, по течению складываются. Про топливо сказано главное: двигатель за час сжигает одно и то же, где бы лодка ни плыла. Значит, расход на километр против течения больше (лодка дольше идёт километр), а за рейс топливо определяется только временем работы мотора.

Обозначения. $L = 21$ км; $v_0 = 18$ км/ч — скорость лодки относительно воды; $u = 3$ км/ч — течение; $v_\uparrow$, $v_\downarrow$ — скорости относительно берега против и по течению; $t_\uparrow$, $t_\downarrow$ — времена в пути; $\tau = 15$ мин — стоянка; $c = 0{,}30$ кг/км — расход на километр в стоячей воде; r — расход в единицу времени (кг/ч).

Пункт 1. Скорость против течения. Закон сложения скоростей: скорость лодки относительно берега — сумма векторов скорости лодки относительно воды и скорости воды относительно берега:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}.$$

Ось x направим от B к A (по движению лодки). Против течения $\vec{u}$ направлена против оси (рис. 1):

$$v_\uparrow = v_0 - u = 18 - 3 = 15 \text{ км/ч}.$$

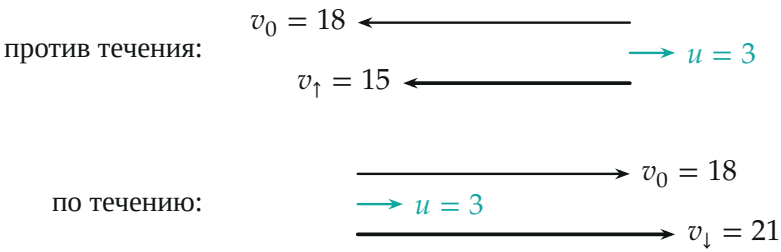


Рис. 1. Сложение скоростей (км/ч): против течения $v_0 - u$, по течению $v_0 + u$; течение направлено от A к B

Обратно, по течению, вектор $\vec{u}$ сонаправлен с движением: $v_\downarrow = v_0 + u = 21$ км/ч.

Пункт 2. Время от B до A. Движение равномерное:

$$t_{\uparrow} = \frac{L}{v_{\uparrow}} = \frac{21}{15}\ \text{ч} = 1{,}4\ \text{ч} = 84{,}0\ \text{мин}.$$

Пункт 3. Время всего рейса. Обратный путь:

$$t_{\downarrow} = \frac{L}{v_{\downarrow}} = \frac{21}{21}\ \text{ч} = 60\ \text{мин}.$$

С учётом стоянки

$$T = t_{\uparrow} + \tau + t_{\downarrow} = 84 + 15 + 60 = 159\ \text{мин}.$$

График расстояния от B по времени — на рис. 2: вверх по течению прямая положе (скорость меньше), стоянка — горизонтальный участок.

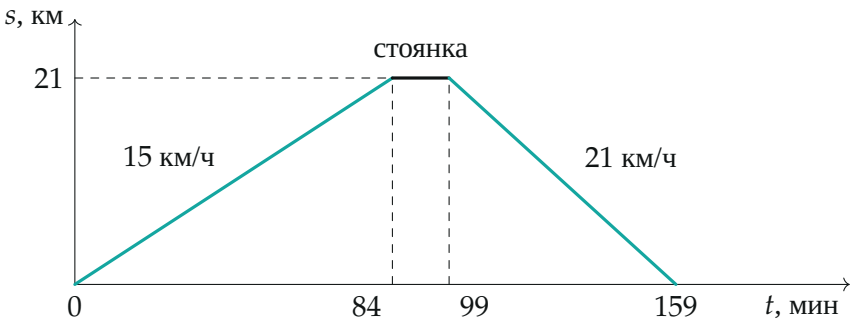


Рис. 2. Расстояние лодки от пристани B: 84 мин вверх по реке, 15 мин стоянки, 60 мин вниз

Пункт 4. Топливо на 1 км против течения. Сначала — расход в час. В стоячей воде лодка идёт со скоростью v_0 и тратит c на километр; за час она проходит $v_0 \cdot 1\ \text{ч} = 18$ км и сжигает

$$r = c\,v_0 = 0{,}30\ \tfrac{\text{кг}}{\text{км}} \cdot 18\ \tfrac{\text{км}}{\text{ч}} = 5{,}4\ \text{кг/ч}.$$

По условию r тот же и на реке. Против течения 1 км лодка проходит за

$1/v_\uparrow = 1/15$ ч, за это время сгорает

$$c_\uparrow = \frac{r}{v_\uparrow} = c\,\frac{v_0}{v_0 - u} = 0{,}30 \cdot \frac{18}{15}\ \text{кг} = 0{,}36\ \text{кг}.$$

Пункт 5. Топливо за рейс. Мотор работает только в движении ($t_\uparrow + t_\downarrow = 1{,}4 + 1{,}0 = 2{,}4$ ч), на стоянке он заглушён:

$$M = r\,(t_\uparrow + t_\downarrow) = 5{,}4 \cdot 2{,}4\ \text{кг} = 12{,}96\ \text{кг} \approx 13\ \text{кг}.$$

На графике расхода по времени (рис. 3) это сумма площадей двух прямоугольников.

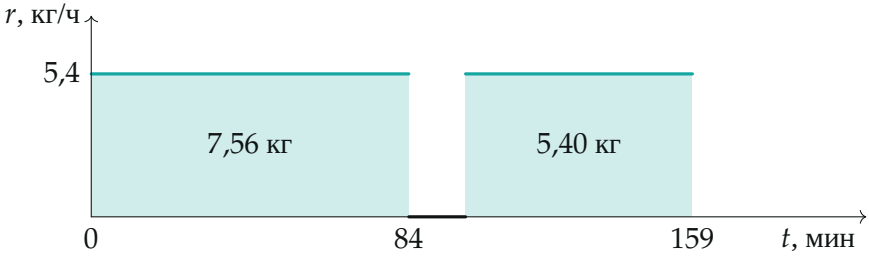


Рис. 3. Расход топлива в час постоянен, пока работает мотор; площадь под графиком — масса топлива: 7,56 + 5,40 = 12,96 кг

Обратите внимание. Расход «0,30 кг на километр» верен только в стоячей воде; постоянен расход *в час*. Против течения километр стоит 0,36 кг, по течению — $0{,}30 \cdot 18/21 = 0{,}257$ кг. И стоянку в топливо не включаем — мотор заглушён, хотя в пункте 3 она входит во время.

Проверка. Размерности: км/(км/ч) = ч; кг/км·км/ч = кг/ч. Второй способ для пункта 5: по километрам, $21 \cdot 0{,}36 + 21 \cdot 0{,}257 = 7{,}56 + 5{,}40 = 12{,}96$ кг — совпадает. Предел $u = 0$: $c_\uparrow = c$, и за рейс $42 \cdot 0{,}30 = 12{,}6$ кг — меньше: течение замедляет лодку вверх сильнее, чем ускоряет вниз, и время в пути растёт.

Смысл: скорость относительно берега — сумма скоростей, а топливо пропорционально времени работы мотора, поэтому против течения каждый километр дороже.

Ответ. 1) $v_\uparrow = 15$ км/ч; 2) 84,0 мин; 3) 159 мин; 4) 0,36 кг; 5) 13 кг.