Путешествие туриста

Задача 1. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 8 класс, задача 1] «Путешествие туриста».

Турист выехал из дома на автобусе в аэропорт и затратил на эту поездку 1,2 ч, двигаясь со средней скоростью 60 км/ч. В аэропорту он ожидал посадки 1,0 ч. Полёт длился 2,5 ч, за это время самолёт пролетел 1900 км. После посадки турист потратил ещё 0,5 ч на выход из аэропорта, а затем ехал до отеля на такси 0,6 ч со средней скоростью 50 км/ч. После заселения в отель турист более не перемещался. Расстоянием, пройденным туристом за время выхода из аэропорта, можно пренебречь.

1. Определите путь туриста от дома до отеля. Ответ выразите в км, округлив до целого числа.
2. Определите путь туриста к моменту времени $T = 7{,}0$ ч от начала пути. Ответ выразите в км, округлив до целого числа.
3. На сколько процентов изменилась бы средняя скорость всего путешествия, если бы такси ехало со средней скоростью на 10 км/ч больше? Ответ округлите до сотых долей.
4. Пусть $\bar{V}_{\text{ср}}(t)$ — средняя скорость туриста за промежуток времени длительностью t с момента начала движения. Определите максимальное значение $\bar{V}_{\text{ср}}(t)$ в течение всего путешествия. Ответ выразите в км/ч, округлив до целого числа.



Поясняющий рисунок. Этапы путешествия на оси времени (моменты в часах от выезда)

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на путь и среднюю скорость. Путь каждого этапа — средняя скорость этапа, умноженная на его время (у полёта путь дан сразу); при ожидании путь не растёт. Средняя скорость за время t — весь путь к моменту t, делённый на t, а не среднее

арифметическое скоростей. Она растёт, пока турист движется быстрее, чем в среднем до этого, и падает на остановках и медленных участках.

Обозначения. s_1, s_3, s_5 — пути на автобусе, самолёте и такси; $s(t)$ — путь к моменту t; T_Σ — полное время путешествия; $\bar{V}_{\text{ср}}(t) = s(t)/t$.

Пункт 1. Путь до отеля. Пути этапов:

$$s_1 = 60 \cdot 1{,}2 = 72 \text{ км}, \qquad s_3 = 1900 \text{ км}, \qquad s_5 = 50 \cdot 0{,}6 = 30 \text{ км}.$$

Ожидание и выход из аэропорта пути не добавляют:

$$s = s_1 + s_3 + s_5 = 72 + 1900 + 30 = 2002 \text{ км}.$$

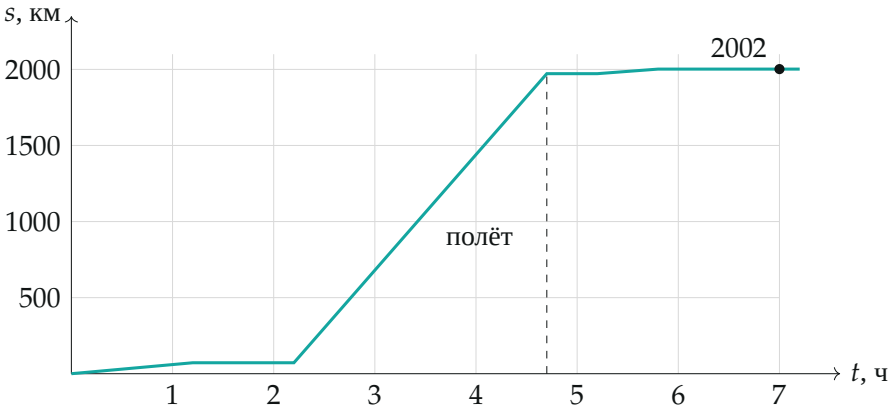

Рис. 1. Путь туриста в зависимости от времени. После 5,8 ч график горизонтален — турист в отеле

Пункт 2. Путь к моменту 7,0 ч. Всё путешествие занимает

$$T_\Sigma = 1{,}2 + 1{,}0 + 2{,}5 + 0{,}5 + 0{,}6 = 5{,}8 \text{ ч} < 7{,}0 \text{ ч},$$

к этому моменту турист уже в отеле и больше не перемещается: $s(7{,}0 \text{ ч}) = 2002$ км.

Пункт 3. Быстрее такси. Средняя скорость всего путешествия $V = s/T_\Sigma = 2002/5{,}8 = 345{,}2$ км/ч. Такси со скоростью 60 км/ч проедет те

же 30 км за $30/60 = 0{,}5$ ч вместо 0,6 ч; путь тот же, время $T'_\Sigma = 5{,}7$ ч:

$$V' = \frac{2002}{5{,}7} = 351{,}2 \text{ км/ч},$$

$$\frac{V'}{V} - 1 = \frac{T_\Sigma}{T'_\Sigma} - 1 = \frac{5{,}8}{5{,}7} - 1 = 0{,}01754 = 1{,}75\,\%.$$

Средняя скорость увеличилась бы на 1,75 %.

Пункт 4. Наибольшая средняя скорость. Пока турист едет на автобусе, $\bar{V}_{\text{ср}} = 60$ км/ч. Во время ожидания путь стоит, а t растёт — $\bar{V}_{\text{ср}}$ падает. В полёте турист движется со скоростью $1900/2{,}5 = 760$ км/ч, гораздо быстрее средней — $\bar{V}_{\text{ср}}$ растёт до конца полёта. Дальше снова ожидание и такси ($50 \text{ км/ч} < \bar{V}_{\text{ср}}$) — средняя только падает. Значит, максимум — в момент посадки $t = 4{,}7$ ч:

$$\bar{V}_{\max} = \frac{s_1 + s_3}{1{,}2 + 1{,}0 + 2{,}5} = \frac{1972}{4{,}7} \text{ км/ч} = 419{,}6 \text{ км/ч} \approx 420 \text{ км/ч}.$$

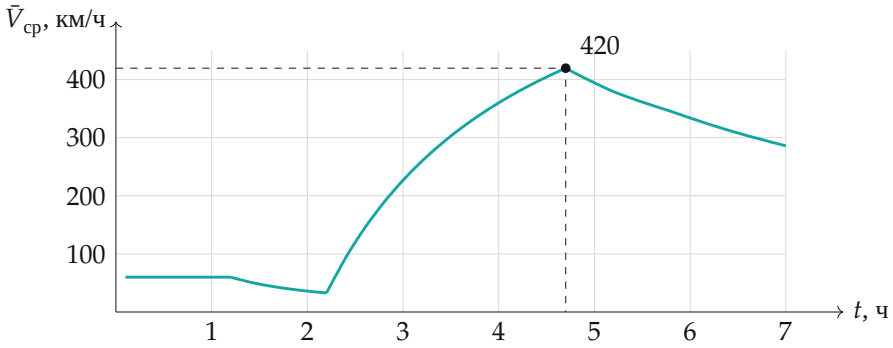

Рис. 2. Средняя скорость с момента выезда: растёт только в полёте, максимум — в момент посадки

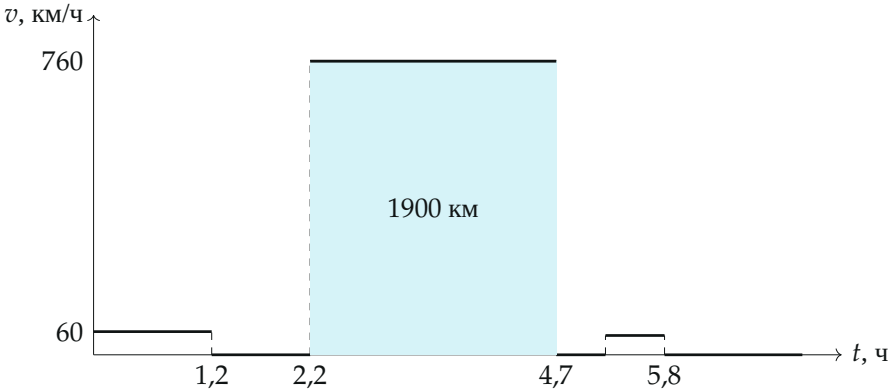

Рис. 3. Средние скорости по этапам; путь этапа — площадь под графиком (закрашена для полёта)

Обратите внимание. Максимум средней скорости — не в конце пути и не скорость самолёта 760 км/ч: средняя за время от выезда учитывает и медленный автобус, и ожидание в аэропорту.

Проверка. Размерности: км/ч · ч = км. Пункт 3 по-другому: $351{,}2/345{,}2 = 1{,}0175$ — то же. Пункт 4: среднюю в полёте можно оценить и в момент $t = 4{,}6$ ч: $(72 + 760 \cdot 2{,}4)/4{,}6 = 412$ км/ч < 420 — ещё растёт; в 4,8 ч: $1972/4{,}8 = 411$ км/ч — уже падает.

Смысл: средняя скорость — отношение всего пути ко всему времени, она растёт, только когда тело движется быстрее, чем «в среднем до этого».

Ответ. 1) 2002 км; 2) 2002 км; 3) на 1,75 % (увеличилась бы); 4) $\bar{V}_{\max} \approx 420$ км/ч.