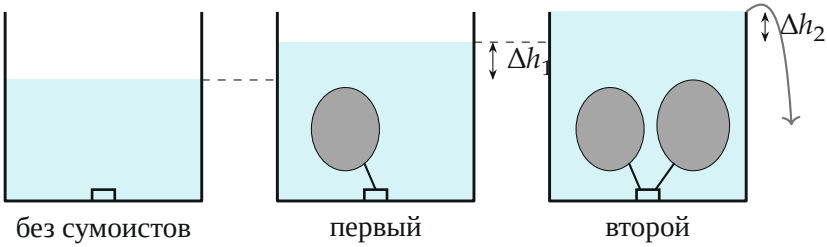
Баня фурако и сумоисты

Задача 2. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 8 класс, задача 2] «Баня фурако и сумоисты».

Цилиндрическая деревянная бочка — фурако — наполнена водой. Площадь поперечного сечения бочки составляет $S = 2{,}80$ м^2. После погружения первого сумоиста массой $m_1 = 160$ кг уровень воды поднялся на Δh_1. Затем в бочку залез второй сумоист, масса которого на 25 % больше; уровень воды поднялся ещё на Δh_2 и достиг края бочки, после чего из бочки вылилось $m_{\text{выл}} = 90{,}0$ кг воды. Средняя плотность тела сумоистов составляет $\rho_c = 985$ кг/м^3; плотность воды составляет $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м^3; ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Оба сумоиста полностью погружаются под воду, удерживаясь за выступ в дне бочки.

1. Определите Δh_1. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей.
2. Определите Δh_2. Ответ выразите в см, округлив до десятых долей.
3. Какую силу F прикладывает первый сумоист к выступу в дне бочки, находясь полностью под водой? Ответ выразите в Н, округлив до целого числа. Считайте, что сумоист больше нигде не касается бочки.



Поясняющий рисунок. Уровень воды до сумоистов, с первым и со вторым (вода доходит до края и переливается)

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на вытеснение воды и закон Архимеда. Тело, полностью погружённое в воду, вытесняет объём, равный своему объёму, — на этот объём поднимается вода в бочке. Объём сумоиста найдём по его массе и средней плотности. Второй сумоист

поднял воду до края, а остальная вытесненная им вода вылилась. Плотность сумоиста меньше плотности воды: сам он всплыл бы, поэтому, чтобы остаться под водой, он держится за выступ — выступ тянет его вниз.

Обозначения. V_1, V_2 — объёмы сумоистов; $m_2 = 1{,}25m_1$; $V_{\text{выл}}$ — объём вылившейся воды; F_{A} — сила Архимеда на первого сумоиста.

Пункт 1. Подъём от первого сумоиста. Его объём

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_c} = \frac{160}{985}\ \text{м}^3 = 0{,}1624\ \text{м}^3.$$

Вода, вытесненная из этого объёма, поднимается слоем высотой Δh_1 по всему сечению бочки: $S\Delta h_1 = V_1$,

$$\Delta h_1 = \frac{V_1}{S} = \frac{0{,}1624}{2{,}80}\ \text{м} = 0{,}0580\ \text{м} = 5{,}8\ \text{см}.$$

Пункт 2. Подъём от второго сумоиста. Масса $m_2 = 1{,}25 \cdot 160 = 200$ кг, объём

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_c} = \frac{200}{985}\ \text{м}^3 = 0{,}2030\ \text{м}^3.$$

Вытесненная им вода частью подняла уровень на Δh_2 (до края), частью вылилась:

$$V_2 = S\Delta h_2 + V_{\text{выл}}, \qquad V_{\text{выл}} = \frac{m_{\text{выл}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{90{,}0}{1000} = 0{,}0900\ \text{м}^3,$$

$$\Delta h_2 = \frac{V_2 - V_{\text{выл}}}{S} = \frac{0{,}2030 - 0{,}0900}{2{,}80}\ \text{м} = 0{,}0404\ \text{м} \approx 4{,}0\ \text{см}.$$

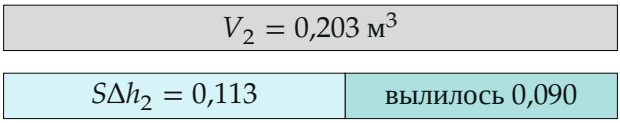


Рис. 1. Объём второго сумоиста делится на подъём уровня до края и вылившуюся воду

Пункт 3. Сила на выступ. Тело — первый сумоист, он покоится под водой. На него действуют (рис. 2): сила тяжести $m_1 g$ вниз, сила Архимеда F_A вверх и сила со стороны выступа F — вниз (он держится, чтобы не всплыть). Закон Архимеда для полностью погружённого тела:

$$F_A = \rho_в g V_1 = \rho_в g \frac{m_1}{\rho_c} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}1624\,\text{Н} = 1624\,\text{Н}, \qquad m_1 g = 1600\,\text{Н}.$$

Второй закон Ньютона (тело покоится) в проекции на вертикальную ось y вверх:

$$F_A - m_1 g - F = 0 \implies F = F_A - m_1 g = m_1 g\left(\frac{\rho_в}{\rho_c} - 1\right) = 1600 \cdot 0{,}01523\,\text{Н} \approx 24\,\text{Н}.$$

По третьему закону Ньютона сумоист тянет выступ с такой же силой 24 Н, вверх.

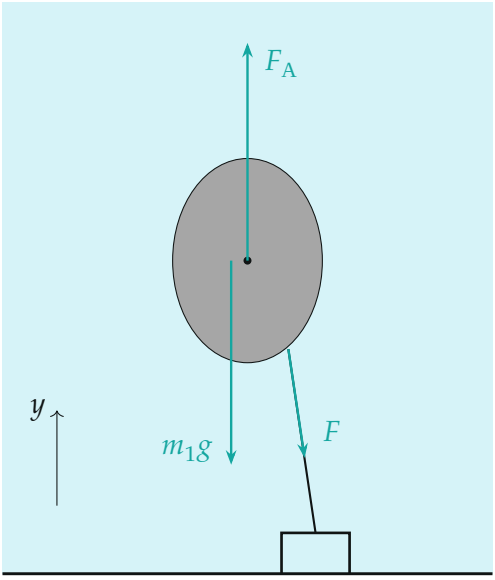


Рис. 2. Тело — сумоист под водой: сила Архимеда чуть больше силы тяжести, выступ удерживает его силой F

Обратите внимание. Во втором пункте нельзя считать, что уровень

поднялся на $V_2/S = 7{,}3$ см: вода дошла до края, и 0,090 м^3 из вытесненного объёма вылилось.

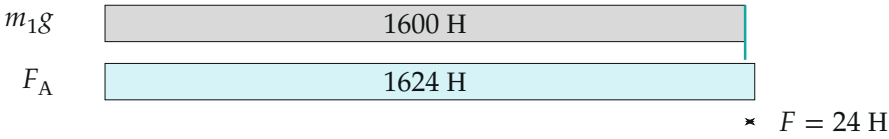


Рис. 3. Сила Архимеда больше силы тяжести всего на 1,5 % — разница и есть сила удержания

Проверка. Размерности: м^3/м^2 = м; кг·м/с^2 = Н. Знак: $\rho_c < \rho_в$, поэтому $F > 0$ — сумоист действительно всплыл бы. Предел: при $\rho_c = \rho_в$ сила $F = 0$ — тело плавало бы в толще воды само.

Смысл: подъём уровня задаёт объём погружённого тела, а сила удержания — маленькая разница между архимедовой силой и весом.

Ответ. 1) $\Delta h_1 = \dfrac{m_1}{\rho_c S} \approx 5{,}8$ см; 2) $\Delta h_2 = \dfrac{m_2/\rho_c - m_{выл}/\rho_в}{S} \approx 4{,}0$ см; 3) $F = m_1 g\left(\dfrac{\rho_в}{\rho_c} - 1\right) \approx 24$ Н.