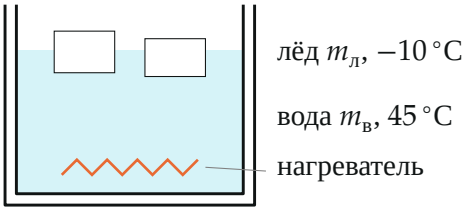
Теплообмен со средой

Задача 3. [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 9 класс, задача 3] «Теплообмен со средой».

Теплоизолированный калориметр с теплоёмкостью $C = 30{,}0$ Дж/°C находится в тепловом равновесии с налитой в него водой массой $m_в = 300$ г при температуре $t_в = 45°C$. В калориметр помещают лёд массой $m_л = 200$ г с температурой $t_л = -10°C$. Удельная теплоёмкость воды составляет $c_в = 4{,}2$ кДж/(кг · °C), удельная теплоёмкость льда — $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · °C), удельная теплота плавления льда — $\lambda = 330$ кДж/кг.

1. Найдите массу растаявшего льда. Ответ выразите в граммах, округлив до целых. (3 балла)
2. С помощью встроенного нагревателя к содержимому калориметра подводят количество теплоты $Q = 35$ кДж. Определите температуру калориметра θ_1 после установления равновесия. Ответ выразите в °C, округлив до десятых долей. (3 балла)
3. Теплоизоляция калориметра с водой нарушается, так что мощность теплообмена P между калориметром и окружающей средой определяется по формуле $P = K|\theta_1 - t_{окр}|$, где $t_{окр} = 20°C$ — температура окружающей среды, $K = 85$ Дж/(мин · °C). Определите температуру калориметра θ_2 спустя время $\Delta\tau = 2$ мин после нарушения теплоизоляции. Ответ выразите в °C, округлив до десятых долей. (4 балла)



Поясняющий рисунок. Калориметр с водой, в который бросили лёд; на дне — встроенный нагреватель

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с плавлением, а в конце — на теплообмен со средой. Главный вопрос в первом

пункте: растает ли весь лёд? Сравним, сколько теплоты могут отдать вода и калориметр, остыв до 0 °C, с тем, сколько нужно льду, чтобы нагреться до 0 °C и растаять целиком. Если тепла не хватает, растает часть, и в калориметре установится 0 °C. Нагреватель сначала доплавляет лёд (температура стоит на нуле), потом греет воду. В третьем пункте калориметр холоднее воздуха, поэтому он получает теплоту, и чем ближе к 20 °C, тем медленнее.

Обозначения. $C_0 = c_в m_в + C$ — теплоёмкость «вода + калориметр» до смешивания; $C_1 = c_в(m_в + m_л) + C$ — теплоёмкость содержимого, когда лёд растаял; $m_{пл}$ — масса растаявшего льда.

1. Хватит ли тепла на весь лёд. Вода и калориметр, остывая до 0 °C, могут отдать

$$C_0 = 4200 \cdot 0{,}3 + 30 = 1290 \text{ Дж/°C},$$

$$Q_{отд} = C_0(t_в - 0) = 1290 \cdot 45 = 58\,050 \text{ Дж}.$$

Льду нужно на нагрев до 0 °C и на полное плавление:

$$Q_{наг} = c_л m_л(0 - t_л) = 2100 \cdot 0{,}2 \cdot 10 = 4200 \text{ Дж},$$

$$Q_{плав} = \lambda m_л = 330\,000 \cdot 0{,}2 = 66\,000 \text{ Дж}.$$

$Q_{отд} = 58\,050 < Q_{наг} + Q_{плав} = 70\,200$ Дж — весь лёд не растает. Значит, в равновесии лёд и вода при 0 °C.

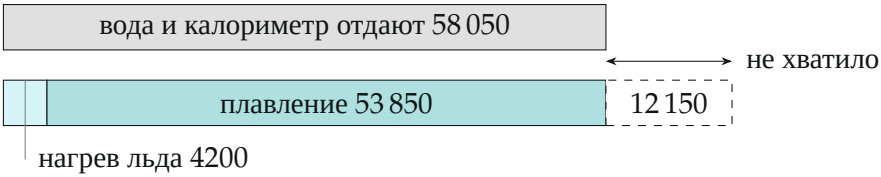


Рис. 1. Баланс в джоулях: теплоты воды и калориметра хватает на нагрев льда и плавление его части; на остальное (пунктир) — нет

Пункт 1. Масса растаявшего льда. Уравнение теплового баланса: теплота, отданная водой и калориметром, идёт на нагрев льда и плавле-

ние массы $m_{пл}$:

$$C_0 t_в = c_л m_л (0 - t_л) + \lambda m_{пл} \Longrightarrow m_{пл} = \frac{58\,050 - 4200}{330\,000}\ \text{кг} = 0{,}1632\ \text{кг} \approx 163\ \text{г}.$$

Нерастаявшего льда остаётся $m_{ост} = 200 - 163{,}2 = 36{,}8$ г.

Пункт 2. Нагреватель. Сначала нагреватель доплавляет лёд — на это нужно

$$Q_1 = \lambda m_{ост} = 330\,000 \cdot 0{,}0368\ \text{Дж} = 12\,150\ \text{Дж} < Q = 35\,000\ \text{Дж},$$

так что лёд растает весь. Остаток идёт на нагрев всей воды ($300 + 200 = 500$ г) и калориметра от 0 °C:

$$C_1 = 4200 \cdot 0{,}5 + 30 = 2130\ \text{Дж/°C},$$

$$\theta_1 = \frac{Q - Q_1}{C_1} = \frac{35\,000 - 12\,150}{2130}\ ^\circ\text{C} = 10{,}73\ ^\circ\text{C} \approx 10{,}7\ ^\circ\text{C}.$$

Второй способ — общий баланс от начального состояния: вода, калориметр и нагреватель отдали $C_0 t_в + Q = 93\,050$ Дж; лёд забрал $4200 + 66\,000 = 70\,200$ Дж; на нагрев от нуля осталось 22 850 Дж — то же самое.

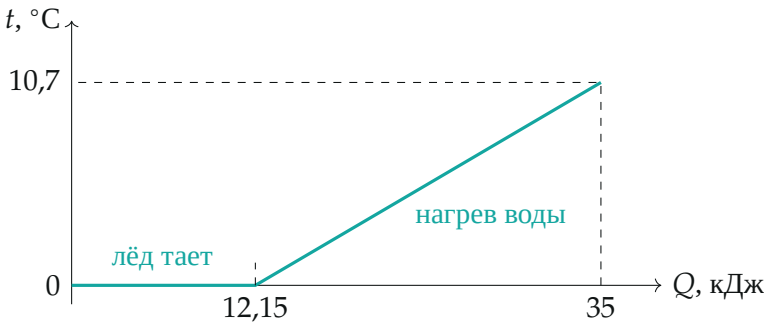


Рис. 2. Температура содержимого при работе нагревателя: пока лёд тает, она стоит на 0 °C

Пункт 3. Теплообмен со средой. Калориметр холоднее воздуха ($10{,}7 < 20$ °C), поэтому он *получает* теплоту, а его температура растёт.

Оценим по начальной мощности:

$$P_0 = K(t_{\text{окр}} - \theta_1) = 85 \cdot 9{,}27 = 788 \text{ Дж/мин},$$

$$\Delta\theta \approx \frac{P_0 \Delta\tau}{C_1} = \frac{788 \cdot 2}{2130} = 0{,}74\,^\circ\text{C}.$$

За эти 2 мин разность температур с воздухом уменьшается с 9,27 до $\approx 8{,}5\,^\circ$C, мощность падает примерно на 8 %. Точнее — взять среднюю мощность, по средней разности температур $\approx 8{,}9\,^\circ$C:

$$\Delta\theta = \frac{K \cdot 8{,}9 \cdot \Delta\tau}{C_1} = \frac{85 \cdot 8{,}9 \cdot 2}{2130} = 0{,}71\,^\circ\text{C},$$

$$\theta_2 = 10{,}73 + 0{,}71 = 11{,}44\,^\circ\text{C} \approx 11{,}4\,^\circ\text{C}.$$

Точное решение уравнения $C_1\, d\theta = K(t_{\text{окр}} - \theta)\, d\tau$ даёт то же: $\theta_2 = t_{\text{окр}} - (t_{\text{окр}} - \theta_1)e^{-K\Delta\tau/C_1} = 20 - 9{,}27 \cdot e^{-0{,}0798} = 11{,}44\,^\circ\text{C}$.

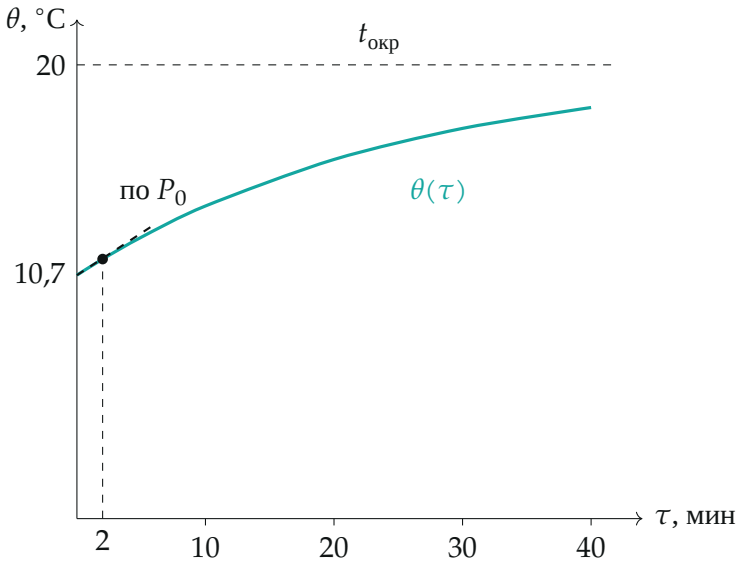


Рис. 3. Температура калориметра после нарушения изоляции: подходит к 20 °C всё медленнее; пунктир — рост с начальной мощностью

Обратите внимание. В пункте 1 нельзя сразу писать «общая температура t» и решать одно уравнение: получится $t < 0$ для воды и лёд, нагретый выше нуля, — бессмыслица. Сначала сравните теплоты и выясните, растает ли лёд.

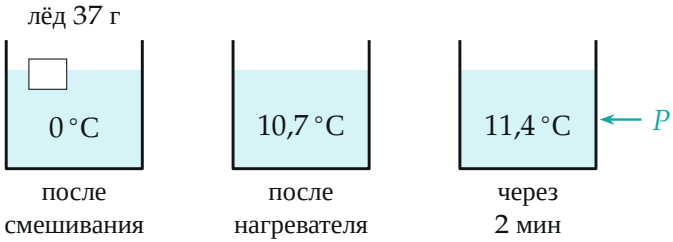


Рис. 4. Три состояния: лёд с водой при нуле; вся вода при 10,7 °C; через 2 мин теплообмена с воздухом

Проверка. Размерности: Дж/кг дают массу, Дж/(Дж/°C) — температуру, Дж/(мин · °C) · °C · мин = Дж. Знак: $\theta_2 > \theta_1$, калориметр греется от более тёплого воздуха; $\theta_2 < 20\,^\circ\text{C}$ — выше температуры среды он не поднимется.

Смысл: при смешивании со льдом сначала выясняют, хватит ли тепла на плавление; теплообмен со средой замедляется по мере выравнивания температур.

Ответ. 1) $m_{\text{пл}} \approx 163$ г; 2) $\theta_1 \approx 10{,}7\,^\circ\text{C}$; 3) $\theta_2 \approx 11{,}4\,^\circ\text{C}$.