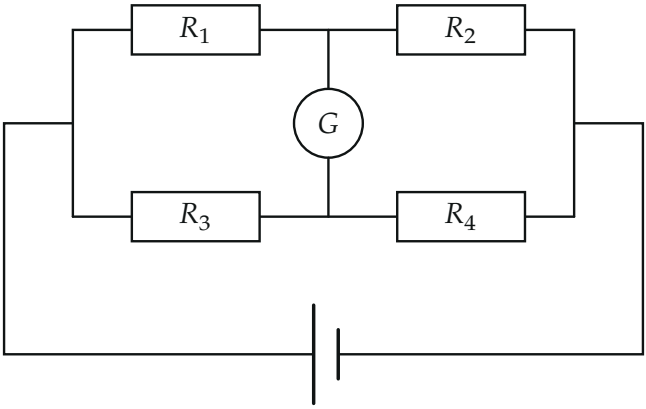
# Четыре резистора

**Задача 4.** [ВсОШ 2025/26, школьный этап, 9 класс, задача 4] «Четыре резистора».

В изображённой на рисунке схеме известны сопротивления резисторов $R_1 = 120$ Ом, $R_2 = 180$ Ом, $R_3 = 75$ Ом и напряжение идеального источника $U = 12$ В. Гальванометр $G$ показывает нуль (ток через него не течёт).




1. Найдите сопротивление $R_4$. Ответ выразите в омах, округлив до десятых. (2 балла)
2. Определите ток $I$ через резистор $R_3$. Ответ выразите в мА, округлив до целого. (2 балла)
3. Рассчитайте полную мощность, выделяемую в цепи. Ответ выразите в ваттах, округлив до сотых. (3 балла)
4. Рассчитайте мощности, выделяемые на каждом резисторе. В ответе укажите максимальную из вычисленных мощностей. Ответ выразите в ваттах, округлив до сотых. (3 балла)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на сбалансированный мост. Ток через гальванометр равен нулю только тогда, когда его концы при одинаковом потенциале. Тогда гальванометр можно мысленно убрать: цепь распадается на две независимые ветви $R_1R_2$ и $R_3R_4$, подключённые параллельно к источнику. Условие равенства потенциалов средних

точек даёт $R_4$, а дальше — закон Ома и закон Джоуля–Ленца для каждой ветви.

**Обозначения.** Левый узел схемы $a$ (к нему подключён длинный, «плюсовой» вывод источника), правый узел $b$; $c$ — точка между $R_1$ и $R_2$, $d$ — между $R_3$ и $R_4$; $I_1$ — ток верхней ветви, $I_2 = I$ — ток нижней ветви; потенциал узла $b$ примем за ноль, тогда $\varphi_a = U = 12$ В.

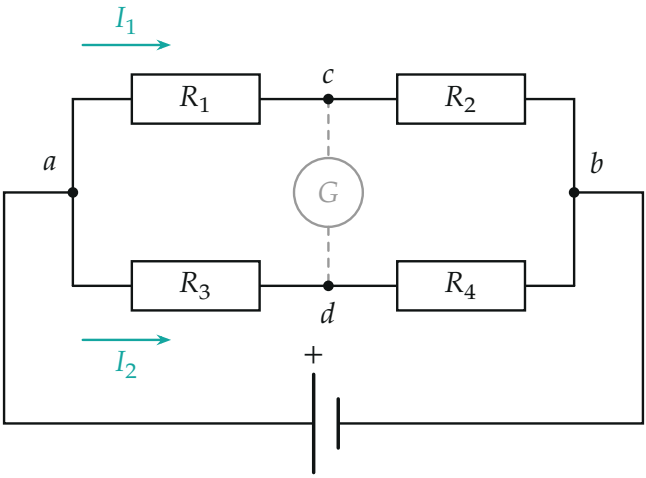



*Рис. 1. Узлы и токи. Ток через G равен нулю — гальванометр (серый) можно мысленно убрать*

**Пункт 1. Сопротивление $R_4$.** Ток через гальванометр не течёт, поэтому $\varphi_c = \varphi_d$. Через $R_1$ и $R_2$ идёт один и тот же ток $I_1$ (в точке $c$ ему некуда ответвиться), через $R_3$ и $R_4$ — один и тот же $I_2$. Закон Ома для участков:

$$\varphi_a - \varphi_c = I_1 R_1, \quad \varphi_c - \varphi_b = I_1 R_2, \qquad \varphi_a - \varphi_d = I_2 R_3, \quad \varphi_d - \varphi_b = I_2 R_4.$$

Раз $\varphi_c = \varphi_d$, левые части попарно равны: $I_1 R_1 = I_2 R_3$ и $I_1 R_2 = I_2 R_4$. Делим одно на другое — токи сокращаются:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \implies R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{180 \cdot 75}{120}\ \text{Ом} = 112{,}5\ \text{Ом}.$$

**Пункт 2. Ток через $R_3$.** Нижняя ветвь $R_3R_4$ подключена прямо к источнику, напряжение на ней $U$. Закон Ома для ветви:

$$I = I_2 = \frac{U}{R_3 + R_4} = \frac{12}{75 + 112{,}5}\ \text{А} = 0{,}064\ \text{А} = 64\ \text{мА}.$$

Так же для верхней ветви: $I_1 = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = \dfrac{12}{300}\ \text{А} = 0{,}040\ \text{А}$.

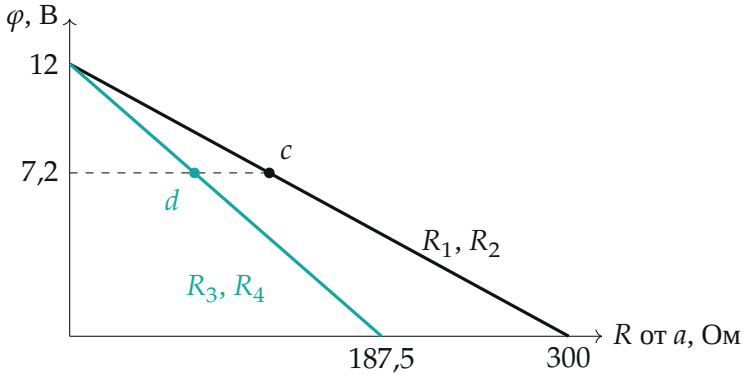



*Рис. 2. Потенциал вдоль ветвей от узла a: в точках c и d он одинаков, 7,2 В. Падение на каждом резисторе пропорционально его сопротивлению*

**Пункт 3. Полная мощность.** Ток через источник — сумма токов ветвей (первое правило Кирхгофа для узла $a$), мощность источника целиком выделяется в резисторах:

$$P = U(I_1 + I_2) = 12 \cdot (0{,}040 + 0{,}064)\ \text{Вт} = 1{,}248\ \text{Вт} \approx 1{,}25\ \text{Вт}.$$

Второй способ — через эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей:

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{300 \cdot 187{,}5}{487{,}5}\ \text{Ом} = 115{,}4\ \text{Ом},$$

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{экв}}} = \frac{144}{115{,}4}\ \text{Вт} = 1{,}25\ \text{Вт}.$$

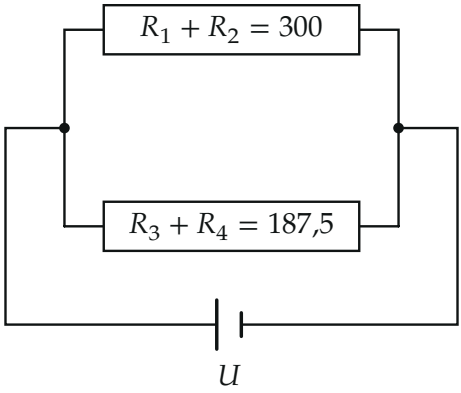



*Рис. 3. Эквивалентная схема без гальванометра: две ветви параллельно (сопротивления в омах)*

**Пункт 4. Мощность на каждом резисторе** — закон Джоуля–Ленца $P = I^2R$:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 0{,}040^2 \cdot 120 = 0{,}192 \text{ Вт},$$
$$P_2 = I_1^2 R_2 = 0{,}040^2 \cdot 180 = 0{,}288 \text{ Вт},$$
$$P_3 = I_2^2 R_3 = 0{,}064^2 \cdot 75 = 0{,}307 \text{ Вт},$$
$$P_4 = I_2^2 R_4 = 0{,}064^2 \cdot 112{,}5 = 0{,}461 \text{ Вт}.$$

Сумма $0{,}192 + 0{,}288 + 0{,}307 + 0{,}461 = 1{,}248$ Вт совпадает с полной мощностью. Наибольшая — на $R_4$: $P_4 \approx 0{,}46$ Вт.

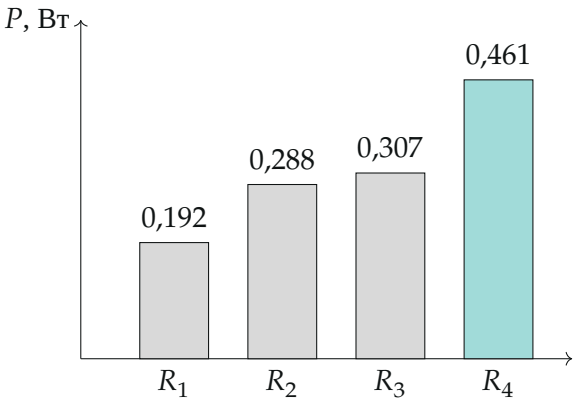



*Рис. 4. Мощности на резисторах: больше всего выделяется на $R_4$*

**Обратите внимание.** Самое большое сопротивление $R_2 = 180$ Ом, но наибольшая мощность не на нём: через нижнюю ветвь течёт больший ток, а мощность зависит от квадрата тока.

**Проверка.** Размерности: Ом, А, Вт. Баланс мостика: $R_1/R_2 = 120/180 = 0{,}667$, $R_3/R_4 = 75/112{,}5 = 0{,}667$ — совпадает. Напряжения: $I_1R_1 = 4{,}8$ В и $I_2R_3 = 0{,}064 \cdot 75 = 4{,}8$ В — точки $c$ и $d$ действительно при одном потенциале.

Смысл: в сбалансированном мосте диагональ без тока не влияет на цепь, и мост — это просто две параллельные ветви.

**Ответ.** 1) $R_4 = \dfrac{R_2R_3}{R_1} = 112{,}5$ Ом; 2) $I = 64$ мА; 3) $P \approx 1{,}25$ Вт; 4) $P_{\max} = P_4 \approx 0{,}46$ Вт.