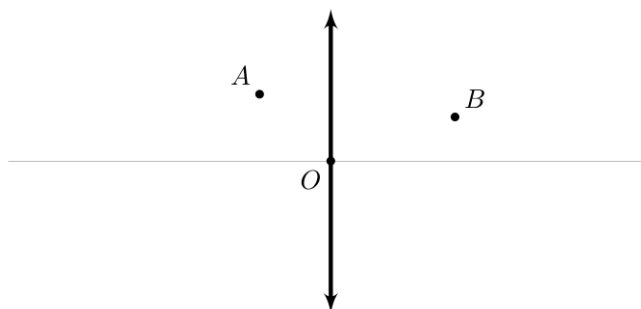


ВсОШ, 2022/23, региональный этап, 9 класс, теоретический тур

Всероссийская олимпиада школьников по физике [Условия, ответы и решения](#)

Задача 1 Выцветшие фокусы линзы

В архиве Снеллиуса нашли рукопись с оптической схемой. От времени чернила выцвели и остались видны только две точки, лежащие на луче, прошедшем сквозь линзу, сама линза и главная оптическая ось. Точечный источник находился на главной оптической оси на двойном фокусном расстоянии от линзы. По имеющимся данным восстановите положение фокусов линзы.



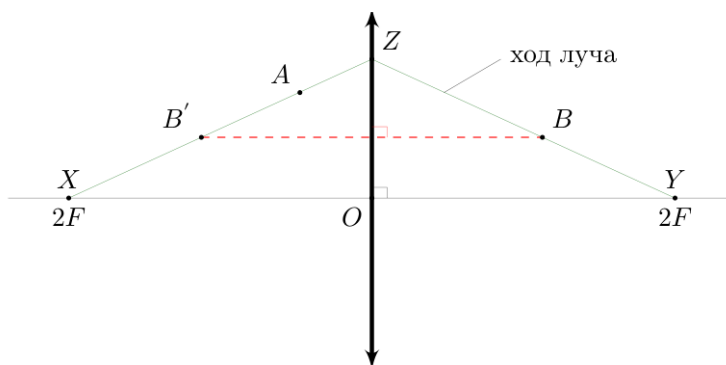
Подсказка

Где окажется изображение источника, стоящего на двойном фокусе? Если источник и изображение на одинаковом расстоянии от линзы, ход луча симметричен относительно её плоскости — отразите одну из точек.

Ответ

Отражаем точку B относительно плоскости линзы в точку B' ; прямая AB' пересекает главную оптическую ось в точке X — на двойном фокусе. Середина отрезка OX — первый фокус, второй фокус симметричен ему относительно плоскости линзы.

Решение



Из рисунка видно, что линза собирающая, тогда по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{r},$$

где r — расстояние от изображения источника, которое находится тоже на главной оптической оси, до линзы.

Находим $r = \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{2F}\right)^{-1} = 2F > 0$. Т. е. изображение находится на другой стороне от линзы на расстоянии $2F$ от неё — на том же расстоянии, что и источник.

Если X — источник, то Y — изображение источника. Если Y — источник, то X — его изображение.

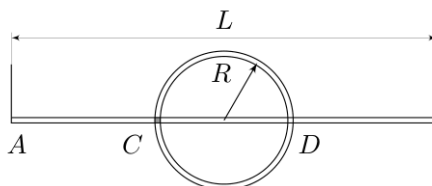
$OX = OY \Rightarrow \triangle XYZ$ равнобедренный $\Rightarrow$ точка B' , симметричная B относительно плоскости линзы, лежит на другой стороне $\triangle XYZ$ — стороне XZ .

Следовательно, следующий ряд построений отвечает на вопросы задачи:

1. Отражаем точку B относительно плоскости линзы и получаем точку B' (альтернативно можно так же поступить и с точкой A).
2. Проводим прямую AB' . Она пересекает главную оптическую ось в точке X . Получаем положение источника (или изображения) X на двойном фокусе.
3. Середина отрезка OX — первый фокус линзы.
4. Отражаем в плоскости линзы фокус, построенный в пункте 3, и получаем второй фокус.

Задача 2 Частицы в трубах

Первая частица разгоняется с ускорением a в прямой трубе длиной L от ее конца A с нулевой начальной скоростью. Вторая частица движется с постоянной скоростью v в другой трубе, имеющей форму кольца радиуса R и расположенной непосредственно над первой трубой таким образом, что центр кольца совпадает с серединой первой трубы.



В момент пролета первой частицы через точку C , которая расположена под кольцевой трубой, вторая частица оказывается точно над первой. Второе пересечение труб (точку D) частицы тоже пролетают одновременно.

1. Как зависит скорость v от радиуса R ?
2. Чему равна скорость v_1 при $R = L/2$?
3. Чему равна скорость v_2 при $R \ll L$?

Подсказка

Между встречами в C и D частица на кольце проходит не обязательно половину оборота: число оборотов — полуцелое. Время движения первой частицы от C до D найдите через $t = \sqrt{2x/a}$.

Ответ

- 1) $v = \frac{\pi(2N+1)(\sqrt{L+2R} + \sqrt{L-2R})\sqrt{a}}{4}$, где $N \geq 0$ — целое; 2) $v_1 = \frac{\pi\sqrt{2L}}{4}(2N+1)\sqrt{a}$;
- 3) $v_2 = \frac{\pi\sqrt{L}}{2}(2N+1)\sqrt{a}$.

Решение

При движении от точки C до точки D между двумя встречами частица в кольцевой трубе совершает $N + \frac{1}{2}$ оборотов, где $N \geq 0$ — целое число. Это произошло за время

$$\Delta t = \frac{2\pi R (N + \frac{1}{2})}{v} = \frac{\pi R(2N + 1)}{v}.$$

Пусть $x(t)$ — расстояние от первой частицы до точки A в момент времени t , где $x(0) = 0$. Тогда $x(t) = \frac{at^2}{2}$ и $t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$. Длины отрезков $|AC| = \frac{L}{2} - R$ и $|AD| = \frac{L}{2} + R$. Время движения частицы №1 от точки C до точки D равно

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2}{a}} (\sqrt{|AD|} - \sqrt{|AC|}) = \frac{\sqrt{L+2R} - \sqrt{L-2R}}{\sqrt{a}}.$$

Получаем

$$\frac{\pi R(2N + 1)}{v} = \frac{\sqrt{L+2R} - \sqrt{L-2R}}{\sqrt{a}}.$$

Откуда

$$v = \frac{\pi R(2N + 1)\sqrt{a}}{\sqrt{L+2R} - \sqrt{L-2R}} = \frac{\pi(2N + 1) (\sqrt{L+2R} + \sqrt{L-2R}) \sqrt{a}}{4}.$$

При $R = L/2$ имеем

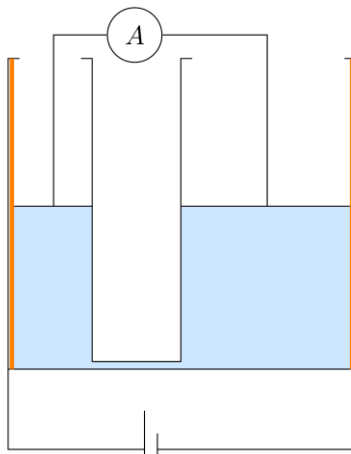
$$v_1 = \frac{\pi\sqrt{2L}}{4}(2N + 1)\sqrt{a}.$$

При $R \ll L$ получаем

$$v_2 = \frac{\pi\sqrt{L}}{2}(2N + 1)\sqrt{a}.$$

Задача 3 Гидростатический реостат

В боковые непроводящие стенки вертикальных сообщающихся сосудов (площади сечения сосудов $S = 100 \text{ см}^2$ и $3S$) вмонтированы две одинаковых тонких однородных нихромовых проволоки. Длина проволок равна высоте сосудов. К нижним концам проволок подключена идеальная батарея с напряжением на клеммах $U = 46,2 \text{ В}$. Сосуды имеют высоту $2h_0$ ($h_0 = 50 \text{ см}$). В сосуды до уровня h_0 залита вода, которая накрыта легкими и тонкими проводящими поршнями. Поршни не пропускают воду, имеют контакт с проволоками и могут без трения передвигаться внутри сосудов, не покидая их, благодаря стопорам.



К поршням с помощью гибких проводов подключен амперметр (длина проводов позволяет поршням свободно перемещаться). Схема установки изображена на рисунке. Когда на маленький поршень кладут непроводящую гирию массой 1 кг, амперметр показывает силу тока $I_1 = 2,31$ А. Если же 3 таких гири положить на большой поршень, то амперметр покажет силу тока $I_2 = 2,1$ А.

1. Определите сопротивление амперметра R_A , при условии, что соединительные провода и поршни имеют пренебрежимо малое сопротивление.
2. Определите силу тока, который показывает амперметр, когда на поршнях отсутствуют грузы.
3. В каких пределах может меняться сила тока в собранной установке, если в распоряжении имеется широкий выбор грузов?

Можно считать, что соединительная трубка имеет пренебрежимо малое сечение. Проводимость воды также очень мала. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.

Подсказка

Ток идёт по проволокам от их нижних концов до поршней, так что сопротивление цепи определяется суммой высот поршней. При смещении большого поршня на Δh малый смещается на $3\Delta h$ в другую сторону. Запишите закон Ома для трёх положений поршней.

Ответ

1) $R_A = 1$ Ом; 2) $I_0 = \frac{2I_1I_2}{I_1 + I_2} = 2,2$ А; 3) от $I_{\min} \approx 1,67$ А до $I_{\max} \approx 3,22$ А.

Решение

Перемещаясь, поршни задействуют разную длину проволок, соответственно, обеспечивают изменение сопротивления цепи. Это связано еще и с тем, что площади сосудов отличаются, иначе бы эффект не наблюдался. Дело в том, что при смещении большого поршня на Δh вниз, малый сместится на $3\Delta h$ вверх, и наоборот, когда большой поршень смещается на Δh вверх, малый сместится на $3\Delta h$ вниз.

Для удобства дальнейшей записи введем обозначение α для сопротивления одного метра проволоки. Тогда можно записать законы Ома для указанных в условии задачи положений поршней. Когда на поршнях нет грузов:

$$U = I_0(2\alpha h_0 + R_A),$$

когда груз на малом поршне:

$$U = I_1 \left(2\alpha h_0 + R_A - \frac{\alpha m}{2\rho S} \right),$$

когда груз на большом поршне:

$$U = I_2 \left(2\alpha h_0 + R_A + \frac{\alpha m}{2\rho S} \right).$$

Взяв разность двух последних уравнений, получаем

$$U(I_2 - I_1) = I_1 I_2 \frac{\alpha m}{\rho S}.$$

Откуда

$$\alpha = \frac{U(I_2 - I_1)\rho S}{I_1 I_2 m} = 20 \text{ Ом/м.}$$

И, воспользовавшись первым законом Ома, получим ответ

$$R_A = \frac{U}{I_0 - 2\alpha H_0} = 1 \text{ Ом.}$$

Из законов Ома для положений системы с грузами можно получить

$$U(I_1 + I_2) = 2I_1 I_2 (2\alpha h_0 + R_A).$$

Учитывая закон Ома, когда нет поршней, получим

$$I_0 = \frac{2I_1 I_2}{I_1 + I_2} = 2,2 \text{ А.}$$

Максимальный ток в цепи будет при минимальном сопротивлении, то есть, когда задействована минимальная длина проволок. Это произойдет в нижнем положении малого поршня:

$$I_{\max} = \frac{U}{\frac{4}{3}\alpha h_0 + R_A} \approx 3,22 \text{ А.}$$

Минимальный ток напротив будет при максимальном сопротивлении, то есть, когда задействована наибольшая длина проволок. Это произойдет в верхнем положении малого поршня:

$$I_{\min} = \frac{U}{\frac{8}{3}\alpha h_0 + R_A} \approx 1,67 \text{ А.}$$

Задача 4 Что так, что эдак

Ваня и Маша провели 2 эксперимента. В первом — десятилитровую кастрюлю, заполненную наполовину водой комнатной температуры ($t_0 = 20^\circ\text{C}$), грели на плитке мощностью $P = 1,4 \text{ кВт}$ в течение $\tau = 10$ минут. При этом через $\tau_1 = 5$ минут после начала эксперимента в кастрюлю, не снимая ее с плитки, долили некоторое количество воды комнатной температуры, а еще через $\tau_2 = 3$ минуты, также не снимая кастрюлю с плитки, из нее столько же воды отлили.

Во втором эксперименте при тех же начальных условиях отлив и долив поменяли местами, не меняя общее время эксперимента, моменты манипуляций и количество доливаемой и отливаемой воды.

Конечная температура воды в кастрюле в обоих экспериментах совпала.

1. Какой была масса добавляемой в экспериментах воды?
2. Какую температуру имела вода в кастрюле в конце экспериментов?
3. Какого максимального значения достигала температура воды в кастрюле в каждом из проведенных экспериментов?

Считайте, что долив и отлив воды происходят очень быстро. Тепловые потери и теплоёмкость кастрюли пренебрежимо малы, а вода в процессе экспериментов не закипала. Удельная теплоёмкость воды $c = 4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Подсказка

Плитка в обоих опытах отдала одно и то же количество теплоты, а отлитая вода уносит с собой тепло, зависящее от её температуры. Что отсюда следует про температуру воды в момент отлива?

Ответ

1) $\Delta m = 3$ кг; 2) $t_k = 48^\circ\text{C}$; 3) в первом эксперименте 48°C (в конце), во втором $t_{\max 2} = 70^\circ\text{C}$ (перед доливом).

Решение

Ситуация, описанная в задаче, может произойти только при условии, что отлив воды в экспериментах происходит при одинаковой температуре. Действительно, при отливе вода забирает с собой часть тепла, переданного плиткой, равную $c\Delta m(t_x - t_0)$, где t_x — это температура, при которой воду выливают из кастрюли. А поскольку общее количество теплоты, переданное воде плиткой, в обоих случаях одинаково, то и t_x должно быть одинаковым. Найдем температуру, при которой происходит отлив воды во втором эксперименте:

$$t_x = t_0 + \frac{P\tau_1}{cM} = 40^\circ\text{C}.$$

Здесь и далее M — это масса воды в кастрюле в начале эксперимента (5 кг). Эту же температуру должна иметь вода в первом эксперименте через время $\tau_1 + \tau_2$ после его начала. Отсюда:

$$t_x = t_0 + \frac{P(\tau_1 + \tau_2)}{c(M + \Delta m)}.$$

Откуда

$$\Delta m = \frac{P(\tau_1 + \tau_2)}{c(t_x - t_0)} - M = 3 \text{ кг}.$$

Тогда конечная температура в каждом из экспериментов:

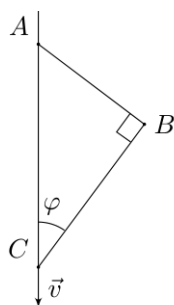
$$t_k = t_0 + \frac{P\tau - c\Delta m(t_x - t_0)}{cM} = 48^\circ\text{C}.$$

Причем, для первого случая эта температура одновременно является максимально возможной по ходу всего эксперимента (поскольку она больше t_x). Во втором случае максимального значения температура может достигать либо в конце эксперимента, либо непосредственно перед доливом воды (через $\tau_1 + \tau_2$ от начала нагрева). При проверке выясняется, что реализовался второй сценарий:

$$t_{\max 2} = t_x + \frac{P\tau_2}{c(M - \Delta m)} = 70^\circ\text{C}.$$

Задача 5 Движение по спице

Материальные точки B и C связаны нерастяжимыми нитями AB и BC . Точка C может скользить по неподвижной длинной вертикальной спице, на которой также закреплён конец A нити AB . В момент, показанный на рисунке, нить BC образует угол $\varphi = 30^\circ$ с вертикалью и перпендикулярна нити AB , скорость точки C направлена вниз и равна v , тангенциальное ускорение точки B равно a_τ , и точка B движется в плоскости рисунка. Нити натянуты. Оказалось, что ускорение точки C в рассматриваемый момент равняется нулю.



1. Определите модуль скорости v_B точки B в рассматриваемый момент.
2. Определите длину l_{BC} нити BC .
3. Определите модуль ускорения a_B точки B в рассматриваемый момент.

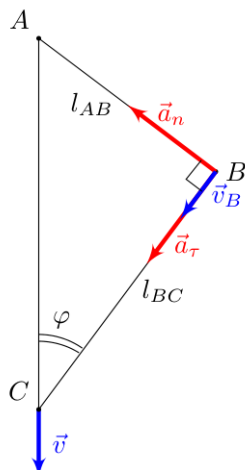
Подсказка

Точка B движется по окружности вокруг A , поэтому её скорость направлена вдоль нити BC . Для длины BC перейдите в систему отсчёта точки C : там B движется по окружности вокруг C , а так как $\vec{a}_C = 0$, ускорения в обеих системах одинаковы.

Ответ

$$1) v_B = v \cos \varphi = \frac{v\sqrt{3}}{2}; \quad 2) l_{BC} = \frac{v^2 \sin^2 \varphi}{a_\tau} = \frac{v^2}{4a_\tau}; \quad 3) a_B = a_\tau \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^6 \varphi} = 2\sqrt{7} a_\tau.$$

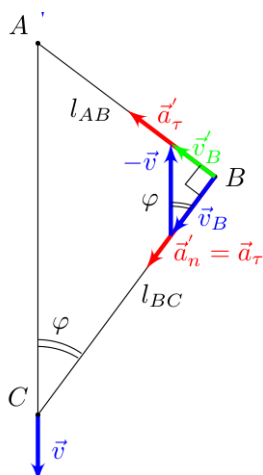
Решение



Так как точка A закреплена, а нить AB натянута, то точка B движется по окружности с центром в точке A и радиусом l_{AB} . Следовательно, её скорость в рассматриваемый момент перпендикулярна радиусу окружности, то есть нити AB , и поэтому направлена вдоль нити BC , перпендикулярной нити AB . Найти скорость точки B можно двумя способами.

Первый способ: поскольку нить BC нерастяжима и натянута, то проекции скоростей точек B и C на неё равны. Проекция скорости точки C на нить BC равна $v \cos \varphi$, так что $v_B = v \cos \varphi$.

Второй способ: перейдем в систему отсчета точки C , то есть в поступательно движущуюся систему отсчёта, в которой точка C покоится. Скорости $\vec{v}_B$ и $\vec{v}'_B$ точки B в исходной и новой системах отсчёта соответственно связаны соотношением $\vec{v}_B = \vec{v}'_B + \vec{v}_C$, где $\vec{v}_C$ — скорость точки C в исходной системе отсчёта. В новой системе отсчёта точка C покоится, нить BC натянута, так что точка B движется по окружности с центром в точке C и радиусом l_{BC} . При этом скорость точки B в новой системе отсчёта направлена перпендикулярно радиусу окружности — нити BC . Значит, скорости $\vec{v}_B$, $-\vec{v}$ и $\vec{v}_B - \vec{v} = \vec{v}'_B$ образуют прямоугольный треугольник с углом φ между $\vec{v}$ и $\vec{v}_B$, в котором $\vec{v}$ является гипотенузой. В таком случае $v_B = v \cos \varphi$.



$$v_B = v \cos \varphi = \frac{v\sqrt{3}}{2}.$$

Теперь определим длину нити BC . Для этого перейдём в систему отсчёта точки C , в точности как в Варианте 2 в предыдущем пункте. Поскольку новая система отсчёта поступательно движется относительно исходной, то ускорения $\vec{a}_B$ и $\vec{a}'_B$ точки B в исходной и новой системах отсчёта соответственно связаны соотношением $\vec{a}_B = \vec{a}'_B + \vec{a}_C$, где $\vec{a}_C$ — ускорение точки C в исходной системе отсчёта. Так как точка B движется по окружности с центром в точке C в новой системе отсчёта, то её ускорение складывается из тангенциального ускорения $\vec{a}'_t$, направленного вдоль нити AB , и ортогонального ему нормального ускорения $\vec{a}'_n$, направленного к точке C вдоль нити BC . По условию в исходный момент $\vec{a}_C = 0$, так что $\vec{a}_B = \vec{a}'_B$. Также дано, что ускорение точки B , направленное вдоль нити BC , равно a_τ . Значит, нормальное ускорение точки B в новой системе отсчёта равно a_τ . С другой стороны, оно равно

$$\frac{(v'_B)^2}{l_{BC}} = \frac{(v \sin \varphi)^2}{l_{BC}},$$

где равенство $v'_B = v \sin \varphi$ получается из геометрии прямоугольного треугольника, образованного скоростями $\vec{v}_B$, $-\vec{v}$ и $\vec{v}'_B$. Таким образом,

$$a_\tau = \frac{(v \sin \varphi)^2}{l_{BC}} \implies l_{BC} = \frac{v^2 \sin^2 \varphi}{a_\tau}.$$

$$l_{BC} = \frac{v^2 \sin^2 \varphi}{a_\tau} = \frac{v^2}{4a_\tau}.$$

Определим полное ускорение точки B в исходной системе отсчёта. Поскольку в исходной системе отсчёта точка B движется по окружности с центром в точке A , то её полное ускорение складывается из двух ортогональных составляющих: тангенциального ускорения a_τ и нормального ускорения, направленного вдоль нити AB к точке A и равного

$$a_n = \frac{v_B^2}{l_{AB}} = \frac{v^2 \cos^2 \varphi}{l_{BC} \cdot \operatorname{tg} \varphi} = \frac{a_\tau \cos^3 \varphi}{\sin^3 \varphi} = a_\tau \operatorname{ctg}^3 \varphi.$$

Равенство $l_{AB} = l_{BC} \cdot \operatorname{tg} \varphi$ получается из геометрии прямоугольного треугольника ABC . Полное ускорение точки B находим по теореме Пифагора

$$a_B = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = a_\tau \cdot \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^6 \varphi} = 2\sqrt{7} a_\tau.$$

Источник: Всероссийская олимпиада школьников по физике, 2022/23, региональный этап, 9 класс, теоретический тур — условия, решения. Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.