

ВсОШ, 2023/24, региональный этап, 9 класс, теоретический тур

Всероссийская олимпиада школьников по физике [Условия, ответы и решения](#)

Задача 1 Лифт

Лифт начинает движение из состояния покоя и останавливается на два этажа выше через время $t_2 = 5,0$ с, а на четыре этажа выше — через $t_4 = 8,0$ с. Лифт, не останавливаясь между этажами, преодолевает необходимую дистанцию за минимально возможное время, при этом модули его скорости и ускорения не превышают некоторых неизвестных значений v_0 и a_0 , соответственно. Высота всех этажей одинакова, временем открытия и закрытия дверей можете пренебречь. Используя без доказательства тот факт, что при подъёме на два этажа вверх лифт достигает предельного значения скорости v_0 , найдите:

1. за какое время t_3 лифт поднимется на три этажа?
2. за какое время t_1 лифт поднимется на один этаж?

Подсказка

Нарисуйте график скорости от времени: путь — площадь под ним. Если лифт успевает разогнаться до v_0 , время подъёма линейно зависит от числа этажей. Для одного этажа проверьте, успевает ли он вообще набрать v_0 .

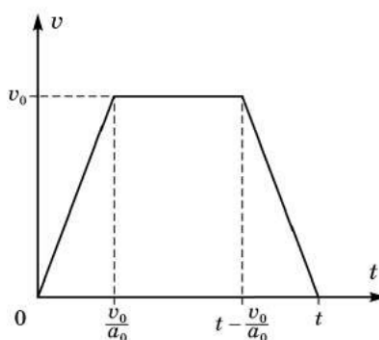
Ответ

$$1) t_3 = \frac{t_2 + t_4}{2} = 6,5 \text{ с}; \quad 2) t_1 = \sqrt{2(t_4 - t_2)(2t_2 - t_4)} = 2\sqrt{3} \approx 3,5 \text{ с}.$$

Решение

Лифт преодолевает необходимую дистанцию (n этажей высотой l_0 каждый) за минимально возможное время t , если разгоняется с ускорением a_0 до скорости v_0 , далее движется с постоянной скоростью v_0 в течение времени $t - 2v_0/a_0$ и тормозит до полной остановки за время v_0/a_0 .

Начертим соответствующий график скорости лифта от времени. Площадь под ним пропорциональна пройденному пути:



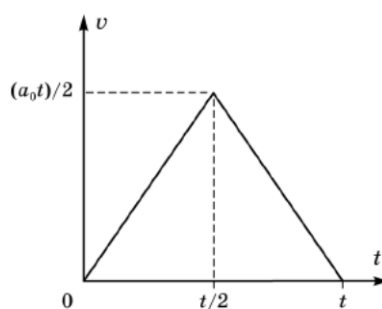
$$nl_0 = \frac{t + \left(t - \frac{2v_0}{a_0}\right)}{2} v_0.$$

Откуда

$$t(n) = \frac{nl_0}{v_0} + \frac{v_0}{a_0}.$$

Однако эта формула верна лишь при $t - 2v_0/a_0 > 0$, т. е. только в том случае, когда лифт успевает достичь максимальной скорости v_0 по скорости. Это условие можно переписать в виде: $n > \frac{v_0^2}{a_0 l_0}$.

Если лифт не успевает достичь максимальной скорости v_0 , то оптимальным по времени становится следующая стратегия зависимости скорости от времени. Необходимо половину времени ускоряться с a_0 и половину времени замедляться с тем же по модулю ускорением. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке.



В этом случае пройденный путь равен

$$nl_0 = \frac{\frac{a_0 t}{2} t}{2}.$$

Откуда

$$t(n) = 2\sqrt{\frac{nl_0}{a_0}}.$$

По условию, обе точки принадлежат случаю $t(n) = \frac{nl_0}{v_0} + \frac{v_0}{a_0}$:

$$\begin{cases} t_2 = \frac{2l_0}{v_0} + \frac{v_0}{a_0}, \\ t_4 = \frac{4l_0}{v_0} + \frac{v_0}{a_0}. \end{cases}$$

Тогда

$$t_3 = \frac{3l_0}{v_0} + \frac{v_0}{a_0} = \frac{t_2 + t_4}{2} = 6,5 \text{ с.}$$

Из системы найдём

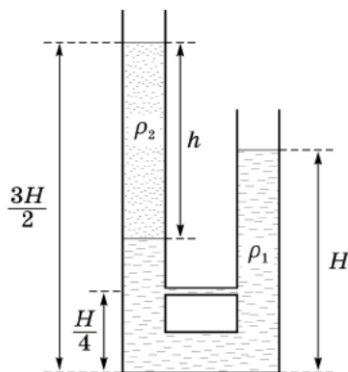
$$n_{\text{крит}} = \frac{v_0^2}{a_0 l_0} = \frac{2(2t_2 - t_4)}{t_4 - t_2} = \frac{4}{3} > 1,$$

то есть при подъёме на один этаж лифт не достигает максимально возможной скорости. Так что

$$t_1 = 2\sqrt{\frac{l_0}{a_0}} = \sqrt{2(t_4 - t_2)(2t_2 - t_4)} = 2\sqrt{3} \approx 3,5 \text{ с.}$$

Задача 2 Сообщающиеся сосуды

Два сообщающихся сосуда с одинаковой площадью сечения S соединены дополнительной тонкой трубкой на высоте $\frac{H}{4}$ от их дна. В сосуды налили жидкость с плотностью ρ_1 . После этого в левый сосуд добавили жидкость с плотностью $\rho_2 < \rho_1$, высота столба которой оказалась равной h (см. рисунок). Высота столба жидкости в правом сосуде равна H , а суммарная высота столба жидкости в левом сосуде равна $\frac{3H}{2}$. Жидкости не смешиваются.



1. Чему равна плотность ρ_2 , если плотность ρ_1 известна?

В левом сосуде на жидкость положили массивный поршень. Поршень скользит без трения, а жидкость между поршнем и стенками сосуда не подтекает.

2. Определите, при какой массе m поршня верхние границы жидкостей в левом и правом сосуде в положении равновесия будут расположены на одном уровне.

Подсказка

Сравните давления у дна двух сосудов. С поршнем уровни сравниваются на высоте $5H/4$ — проверьте, не опустится ли при этом граница жидкостей в левом сосуде до трубочки: от этого зависит ответ.

Ответ

$$1) \rho_2 = \rho_1 \left(1 - \frac{H}{2h}\right); \quad 2) \text{ при } h < H: m = \rho_1 \frac{H}{2} S; \text{ при } \frac{5H}{4} > h > H: m = \rho_1 \frac{H(2H - h)}{2h} S.$$

Решение

Плотность ρ_2 находим из условия равенства давлений жидкости у дна в левом и правом сосудах:

$$\rho_2 g h + \rho_1 g \left(\frac{3}{2}H - h\right) = \rho_1 g H,$$

$$\rho_2 = \rho_1 \left(1 - \frac{H}{2h}\right).$$

Уровни жидкости в двух половинках сосуда сравниваются и станут равны $\frac{5H}{4}$, т. е. в левом сосуде уровень опустится на $\frac{H}{4}$, а в правом поднимется на $\frac{H}{4}$. Следует также иметь в виду, что согласно условию h всегда больше $\frac{H}{2}$ ($h > \frac{H}{2}$).

В зависимости от величины h в задаче возможны 2 случая.

1. $h < H$, нижняя граница второй жидкости не опустится до уровня трубочки. В этом случае масса поршня находится из условия равенства давлений у дна сосуда:

$$\frac{mg}{S} + \rho_2 gh + \rho_1 g \left(\frac{5H}{4} - h \right) = \rho_1 g \frac{5H}{4}.$$

Откуда

$$m = (\rho_1 - \rho_2)hS = \rho_1 \frac{H}{2} S.$$

2. В случае $\frac{5H}{4} > h > H$ нижний уровень жидкости с плотностью ρ_2 в процессе опускания поршня дойдёт до трубочки, жидкость начнёт перетекать в правый сосуд и будет в нём всплывать вверх, так как $\rho_2 < \rho_1$. Теперь, если считать от дна, жидкость с плотностью ρ_1 в левом сосуде доходит до уровня $\frac{H}{4}$, а столб жидкости с плотностью ρ_2 имеет высоту H . Из условия сохранения объёмов следует, что столб жидкости с ρ_1 в правом сосуде теперь имеет высоту $\left(\frac{9H}{4} - h \right)$, а высота столба жидкости с плотностью ρ_2 равна $(h - H)$.

Отсюда получаем

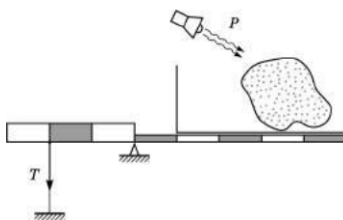
$$\frac{mg}{S} + \rho_2 gH + \rho_1 g \frac{H}{4} = \rho_1 g \left(\frac{9H}{4} - h \right) + \rho_2 g(h - H)$$

или

$$m = \rho_1(2H - h)S + \rho_2(h - 2H)S = \rho_1 \frac{H(2H - h)}{2h} S.$$

Задача 3 Эквилибр

На неоднородном рычаге, установленном на опору, стоит вертикальный сосуд прямоугольного сечения. Слева рычаг привязан тонкой невесомой нитью к жесткому основанию. При этом нить не натянута, рычаг горизонтален.



В сосуд кладут кусок льда, после чего нагревают его содержимое с постоянной мощностью (тепловыми потерями, а также теплоёмкостью сосуда можно пренебречь). Одновременно с этим строят график зависимости силы натяжения нити от времени (начало графика совпадает с моментом начала нагрева). График приведён на рисунке. Один из участков графика утерян по неосторожности экспериментатора (на него пролилась тушь).



Определите, что произошло в конце утерянного участка графика (момент перелома). А также найдите:

1. массу m куска льда;
2. мощность P , с которой нагревали содержимое сосуда;
3. начальную температуру t_0 льда.

Отметки на рычаге делят его на 8 равных по длине частей. Боковая грань сосуда параллельна плоскости рисунка.

Справочные данные: удельная теплоёмкость льда $2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $330 \text{ кДж}/\text{кг}$, удельная теплота парообразования воды $2300 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Подсказка

Пустой сосуд нить не натягивает — значит, сила натяжения определяется только моментом веса содержимого относительно опоры. Меняться она может либо потому, что смещается центр масс содержимого, либо потому, что меняется его масса. Что должно случиться с тающей льдинкой, чтобы центр масс резко сместился?

Ответ

В конце утерянного участка оставшийся лёд всплыл (оторвался от дна); 1) $m = 0,2 \text{ кг}$; 2) $P = 115 \text{ Вт}$; 3) $t_0 \approx -81^\circ\text{C}$.

Решение

Отметим, что нить не натянута до помещения льда в сосуд. Это означает, что центр масс системы «рычаг + сосуд» находится по горизонтали на уровне опоры, что позволяет в уравнениях моментов исключать соответствующие слагаемые.

График имеет 4 участка. На первом, очевидно, лёд нагревается. На втором идёт плавление льда, и вода начинает стекать с льдинки в сосуд, равномерно распределяясь по его дну. Однако заканчивается этот участок раньше, чем лёд полностью успевает растаять, — в момент отрыва льдинки от дна. То есть в конце утерянного участка оставшийся лёд всплыл. Кстати, начало этого участка также не обязательно совпадает с моментом начала плавления, ведь вода может скапливаться в каких-то углублениях на льдинке и положение центра масс льда может оставаться какое-то время неизменным. Вообще, поведение на втором участке предсказать почти невозможно, поскольку процесс сильно зависит от формы куска льда, а также от того, как именно к нему будет подводиться тепло. На третьем участке в сосуде сначала тающий лёд,

плавающий на поверхности воды, а потом вода, нагревающаяся до температуры кипения. На четвёртом участке вода уже достигла температуры кипения и испаряется. Изменение силы натяжения нити в начале связано с перераспределением веса содержимого по мере нагрева, а в конце — с изменением массы содержимого.

Массу льда можно найти по третьему отрезку графика из правила моментов (x — длина $\frac{1}{8}$ части рычага):

$$T_3 \cdot 2x = mg \cdot 3x;$$

$T_3 = 3$ Н. Откуда $m = 0,2$ кг.

Мощность нагрева легко посчитать по четвёртому отрезку, зная массу, испарившуюся за известный промежуток времени. Хорошие точки на графике — (1600 с; 3 Н), а также (3200 с; 1,8 Н).

Из них получаем $\Delta T = 1,2$ Н, $\Delta m = \frac{2\Delta T}{3g} = 0,08$ кг, $\Delta \tau = 1600$ с. Откуда:

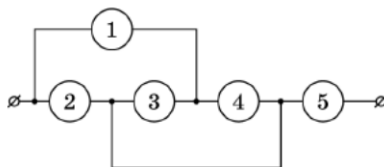
$$P = \frac{L\Delta m}{\Delta \tau} = 115 \text{ Вт.}$$

Зная мощность, несложно посчитать начальную температуру льда ($\tau_3 = 1600$ с — момент, когда вода закипела, начало четвёртого участка):

$$t_0 = \frac{cm\Delta t_{\text{воды}} + \lambda m - P\tau_3}{c_{\text{льда}}m} \approx -81^\circ \text{C}.$$

Задача 4 Запутанная схема

Школьник из трёх одинаковых вольтметров и двух одинаковых амперметров собрал электрическую цепь, схема которой показана на рисунке. Школьник был не очень внимательным и забыл, какие приборы были установлены в каком месте схемы, но записал показания приборов. Вольтметры показывали 2 В, 12 В и 14 В, показания амперметров 200 мкА и 520 мкА.



1. Определите, на каких местах в схеме стояли амперметры, а на каких — вольтметры.
2. Определите внутренние сопротивления вольтметров и амперметров.

Подсказка

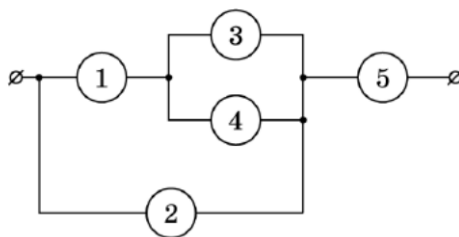
Перерисуйте схему так, чтобы были видны параллельные и последовательные соединения. Амперметр, включённый параллельно вольтметру, находится под тем же напряжением. Перебирайте варианты расстановки и ищите противоречие с тем, во сколько раз отличаются показания.

Ответ

1) Приборы 1, 2 и 4 — вольтметры, 3 и 5 — амперметры; 2) $R_A = 10$ кОм, $R_V = 50$ кОм.

Решение

Перерисуем электрическую схему.



Приборы 3 и 4 соединены параллельно, а по условию нет двух вольтметров или амперметров с одинаковыми показаниями. Поэтому один из приборов 3 и 4 должен быть вольтметром, а второй — амперметром. Давайте для определённости будем считать 3 амперметром, а 4 — вольтметром.

Предположим, что прибор номер 1 — амперметр. Через прибор 1 протекает ток, равный сумме токов через приборы 3 и 4. Тогда из двух амперметров 1 и 3 больший ток протекает через амперметр 1. Значит, через амперметр 1 протекает ток $I_1 = 520$ мкА, а через амперметр 3 протекает ток $I_3 = 200$ мкА. Соответственно через вольтметр 4 протекает ток $I_1 - I_3 = 320$ мкА. Найдём внутреннее сопротивление амперметра. Амперметр 3 включён в схему параллельно вольтметру 4, значит, напряжение на амперметре 3 равно напряжению на вольтметре 4. Тогда внутреннее сопротивление амперметров $R_A = \frac{U_4}{I_3}$. Напряжение на амперметре 1 равно

$U_1 = I_1 R_A = \frac{U_4 I_1}{I_3}$. Известно, что в схеме всего 2 амперметра. Если приборы 1 и 3 — амперметры, тогда прибор 2 должен быть вольтметром. Он показывает сумму напряжений на амперметрах 1 и 3, равную $U_1 + U_4 = \frac{U_4(I_1 + I_3)}{I_3} = 3,6U_4$. Но по условию задачи в схеме нет двух вольтметров, показания которых различаются в 3,6 раза. Тогда мы приходим к противоречию с предположением, что прибор 1 — амперметр. Следовательно, прибор 1 — вольтметр.

Через вольтметр 1 течёт ток, равный сумме токов через амперметр 3 и вольтметр 4. Поэтому напряжение на вольтметре 1 больше, чем на вольтметре 4. Если 2 — вольтметр, то напряжение на нём равно сумме напряжений на 1 и 4. Если 5 — вольтметр, то ток через него равен сумме токов через 1 и 2, значит, напряжение на 5 больше, чем напряжение на 1 и 4. В любом случае получаем, что самое маленькое напряжение из всех вольтметров (равное 2 В) показывает вольтметр 4, а вольтметр 1 показывает среднее значение $U_1 = 12$ В. Напряжение на приборе 2 равно сумме напряжений на вольтметрах 1 и 4. Тогда $U_2 = U_1 + U_4 = 14$ В. Если предположить, что прибор 2 — амперметр, то сила тока через него должна быть равна $\frac{U_2}{R_A} = \frac{U_2 I_3}{U_4} = 7I_3$. Но это не соответствует условиям задачи: по условию показания двух амперметров отличаются в $\frac{520}{200} = 2,6$ раза. Следовательно, прибор 2 — вольтметр и его показания $U_2 = 14$ В, а прибор 5 — амперметр. Мы узнали, на каких местах в схеме стоят амперметры и вольтметры.

Приборы 1, 2 и 4 — вольтметры, 3 и 5 — амперметры.

Теперь найдём внутренние сопротивления приборов. Сила тока через амперметр 5 равна сумме токов через амперметр 3, вольтметр 4 и вольтметр 2. Следовательно, сила тока в амперметре 3 меньше, чем в амперметре 5: $I_3 = 200$ мкА, $I_5 = 520$ мкА. Тогда сопротивление амперметров

$$R_A = \frac{U_4}{I_3} = 10 \text{ кОм}.$$

Сила тока через вольтметр 1 равна сумме токов через амперметр 3 и вольтметр 4:

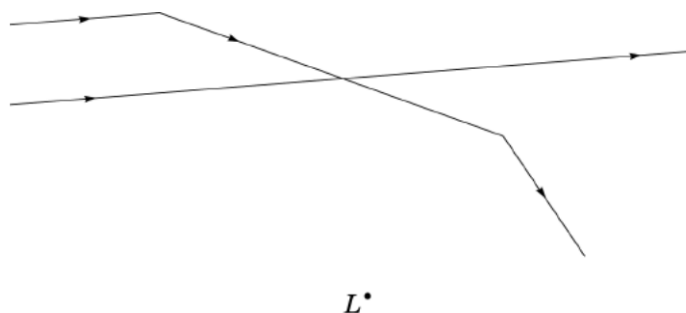
$$I_1 = \frac{U_1}{R_V} = I_3 + \frac{U_4}{R_V}.$$

Преобразуем это выражение: $\frac{U_1 - U_4}{R_V} = I_3$, и выразим из него сопротивление вольтметров

$$R_V = \frac{U_1 - U_4}{I_3} = 50 \text{ кОм.}$$

Задача 5 Архив Снеллиуса

Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертёж оптической системы (см. рисунок). От времени чернила выцвели, и на чертеже остались видны только ход параллельных лучей через две тонкие линзы и точка L , принадлежащая плоскостям обеих линз.



1. Восстановите построением положения плоскостей обеих линз.
2. По имеющимся данным определите тип каждой линзы (собирающая или рассеивающая).
3. Найдите положения оптических центров и главных фокусов линз.

Примечание. Принципы построения параллельных и перпендикулярных прямых, проходящих через заданную точку, деление отрезка пополам и подобные стандартные геометрические процедуры считайте известными. Указанные геометрические построения не доказывайте.

Подсказка

Луч преломляется только на линзе — точки излома лежат в плоскостях линз. Луч, который нигде не преломился, прошёл через оптические центры. Параллельные лучи после линзы пересекаются (сами или продолжениями) в её фокальной плоскости.

Ответ

Плоскости линз — прямые через точку L и точки излома верхнего луча; оптические центры — точки пересечения этих прямых с непреломлённым нижним лучом; левая линза собирающая, правая — рассеивающая; фокусы — построение в решении.

Решение

Проведём две прямые, проходящие через точку L и точки преломления верхнего луча. Таким образом восстановим положения линз.

Поскольку нижний луч не преломляется, он должен проходить через оптические центры обеих линз (O_1 и O_2 на рисунке), следовательно, левая линза является собирающей, а правая — рассеивающей.

Параллельные лучи после прохождения через собирающую линзу сходятся в фокальной плоскости (точка A). Проведём прямую, параллельную левой линзе и проходящую через точку A , затем опустим из оптического центра O_1 собирающей линзы перпендикуляр на фокальную

плоскость. Таким образом можем найти положение заднего фокуса F_1 левой линзы; для нахождения переднего фокуса F_1 отложим такое же расстояние от оптического центра O_1 .

Для нахождения фокусов рассеивающей линзы выполним дополнительные построения — проведём через оптический центр линзы O_2 прямую, параллельную падающему лучу. Точка пересечения этой прямой и продолжения преломлённого луча принадлежит фокальной плоскости рассеивающей линзы (точка B). Проведём прямую, параллельную правой линзе и проходящую через точку B , затем опустим из оптического центра O_2 рассеивающей линзы перпендикуляр на фокальную плоскость. Таким образом можем найти положение переднего фокуса F_2 правой линзы; для нахождения заднего фокуса F_2 отложим такое же расстояние от оптического центра O_2 .

