

ВсОШ, 2024/25, региональный этап, 10 класс, теоретический тур

Всероссийская олимпиада школьников по физике [Условия, ответы и решения](#)

Задача 1 Исследовательский зонд

Исследовательский зонд, находящийся на круговой орбите радиуса R вокруг планеты Шелезяка, изучает движение Болтика — маленького спутника планеты. Орбита Болтика тоже является круговой с радиусом r ($r < R$) и лежит в той же плоскости, что и орбита зонда (см. рис. 1). В процессе наблюдения приборы зонда зафиксировали, что Болтик спустя $t_1 = 165$ мин после пересечения им видимого края диска планеты оказался на максимальном угловом расстоянии $\theta_{max} = 15^\circ$ от центра Шелезяки, а ещё спустя некоторое время, большее t_1 , снова пересёк край видимого диска планеты. Известно, что между указанными пересечениями других пересечений Болтика с видимым краем планеты не было. Планета Шелезяка имеет форму шара и лишена атмосферы. Масса Болтика много меньше массы планеты, зонд и спутник обращаются вокруг планеты в одну и ту же сторону. Угловой диаметр планеты, наблюдаемый зондом, равен $2\theta_0 = 6^\circ$. Гравитационная постоянная равна $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$.

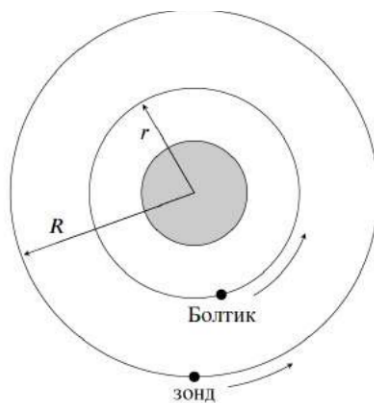


Рис. 1

1. Определите отношение R/r .
2. Чему равен период обращения зонда T вокруг Шелезяки?
3. Найдите среднюю плотность Шелезяки ρ .

Примечание:

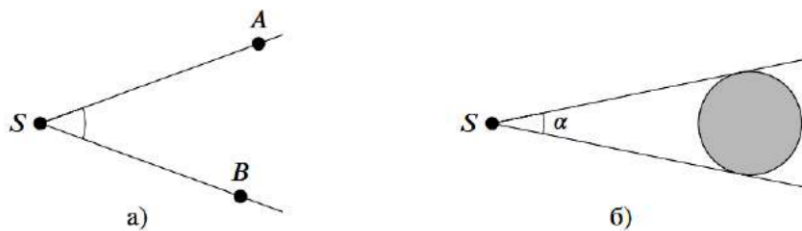


Рис. 2

1. Угловым расстоянием между точками A и B называется величина угла $\angle ASB$, на сторонах которого лежат рассматриваемые точки, а вершина S находится в точке наблюдения (см. рис. 2а).

2. Угловым диаметром астрономического объекта (например, звезды или планеты) называется величина максимально возможного угла α между двумя касательными к поверхности рассматриваемого объекта, вершина которого находится в точке наблюдения S (рис. 2б).

Подсказка

Угловое расстояние до центра планеты максимально, когда луч зрения касается орбиты Болтика. Для зонда спутник обходит свою орбиту равномерно с относительной угловой скоростью $\omega_c - \omega_3$; угол, пройденный за t_1 , найдите из геометрии треугольника «зонд — центр — спутник».

Ответ

$$1) R/r = 1/\sin \theta_{max} \approx 3,864; \quad 2) T \approx 5900 \text{ мин}; \quad 3) \rho = \frac{3\pi}{GT^2 \sin^3 \theta_0} \approx 7900 \text{ кг/м}^3.$$

Решение

Угловое расстояние между Болтиком и центром Шелезяки будет максимальным, когда прямая «зонд-Болтик» станет касательной к орбите спутника. В этом случае $\sin \theta_{max} = r/R$, откуда

$$\frac{R}{r} = \frac{1}{\sin \theta_{max}} \approx 3,864.$$

Пусть M — масса Шелезяки. Угловые скорости движения спутника и зонда, соответственно, равны

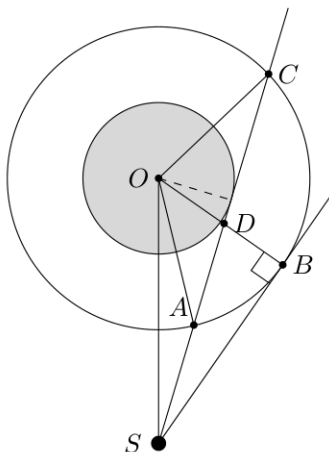
$$\omega_c = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \quad \Rightarrow \quad \omega_c = \omega_3 \left(\frac{R}{r}\right)^{3/2} \approx 7,595 \omega_3.$$

Следовательно, с точки зрения зонда спутник делает один оборот вокруг планеты за время

$$T_{\text{отн}} = \frac{360^\circ}{\omega_c - \omega_3} = \frac{360^\circ}{6,595 \omega_3} = \frac{T}{6,595}.$$

Чтобы найти $T_{\text{отн}}$, сделаем чертёж (см. рис.), где точка O — центр планеты, точка S — исследовательский зонд, а нарисованная окружность — орбита Болтика. В точках A или C спутник находится на краю видимого диска планеты, а точка B соответствует максимальному угловому расстоянию между центром Шелезяки и Болтиком (при наблюдении с зонда). Из геометрии рисунка $\angle ASB = \theta_{max} - \theta_0 = 12^\circ$, $\angle ODA = 90^\circ + \angle ASB = 102^\circ$. По теореме синусов для треугольника $\triangle SOA$

$$\frac{R}{\sin(\angle OAS)} = \frac{r}{\sin \theta_0},$$



откуда, учитывая, что $\angle OAS > 90^\circ$, получим, что

$$\sin(\angle OAS) = \frac{R}{r} \cdot \sin \theta_0 = 3,864 \cdot \sin 3^\circ \approx 0,202 \quad \Rightarrow \quad \angle OAS \approx 168,334^\circ.$$

Найдём угол $\angle AOB$:

$$\angle AOB = \angle OAS - \angle ODA = 66,334^\circ.$$

Так как движение по окружности равномерное, $\angle AOB = 360^\circ t_1 / T_{\text{отн}}$, откуда

$$T_{\text{отн}} = \frac{360^\circ}{66,334^\circ} \cdot t_1 \approx 5,43 \cdot 165 \text{ мин} \approx 895 \text{ мин.}$$

С учётом того, что $T = 6,595 T_{\text{отн}}$, получим

$$T \approx 5900 \text{ мин.}$$

Пусть $R_{\text{Ш}}$ — радиус Шелезяки, тогда

$$\sin \theta_0 = \frac{R_{\text{Ш}}}{R} \quad \Rightarrow \quad R_{\text{Ш}} = R \sin 3^\circ \approx 0,0523R.$$

Записывая массу планеты как $M = 4\pi R_{\text{Ш}}^3 \rho / 3$ и подставляя её в выражение для угловой скорости движения зонда по орбите, получим

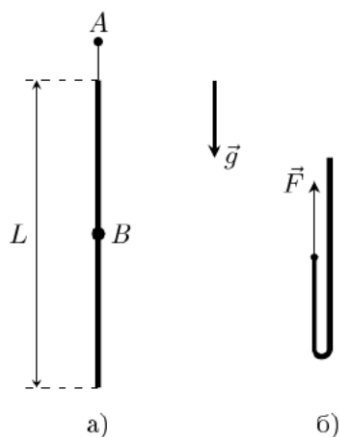
$$\omega_3^2 = \frac{G \cdot 4\pi R_{\text{Ш}}^3 \rho / 3}{R^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi G}{3} \cdot \rho \cdot 0,0523^3,$$

откуда

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2 \cdot 0,0523^3} \approx 7900 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 2 С ускорением

Идеально гибкая однородная нерастяжимая цепочка постоянной толщины, массой m и длиной L подвешена с помощью короткой нити к закреплённой точке A (рис. а). В некоторый момент времени нить пережигают, и цепочку начинают тянуть за её нижний конец с постоянной силой F в направлении точки A (рис. б).



1. С каким по модулю ускорением a_0 начнёт двигаться верхний конец цепочки сразу после пережигания нити?
2. Через какое время τ после пережигания нити вся цепочка снова выпрямится?
3. Определите модуль скорости цепочки v сразу после её распрямления.

4. Какое количество теплоты Q выделится за время τ ?
5. Определите силу натяжения T цепочки в точке B , расположенной в её середине, после её распрямления.

Ускорение свободного падения равно g . Сопротивлением воздуха необходимо пренебречь. Размеры звеньев в цепочке много меньше её длины. Считайте, что столкновения звеньев в цепи неупругие.

Подсказка

Свободная (не натянутая силой) часть цепочки просто падает. Центр масс всей цепочки движется с постоянным ускорением $g - F/m$; ещё проще — перейти в систему отсчёта, свободно падающую с ускорением g : там на цепочку действует одна сила F .

Ответ

$$1) a_0 = g; \quad 2) \tau = \sqrt{2Lm/F}; \quad 3) v = \left| g - \frac{F}{m} \right| \sqrt{\frac{2Lm}{F}}; \quad 4) Q = FL; \quad 5) T = F/2.$$

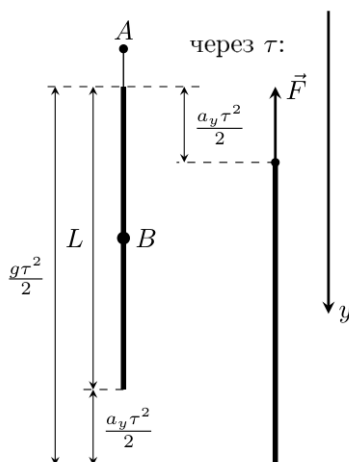
Решение

1. После пережигания нити длина вертикального участка цепочки, на край которой действует сила F , будет увеличиваться. Другой участок цепочки сокращающейся длины будет двигаться только под действием силы тяжести, значит модуль ускорения верхнего края цепочки сразу после пережигания и до момента полного разворота цепочки равен

$$a_0 = g.$$

2. *Способ 1.* Согласно теореме о движении центра масс ускорение центра масс цепочки в проекции на ось y (см. рисунок) равно $a_y = \frac{mg - F}{m} = g - \frac{F}{m}$. За время τ центр масс цепочки сместится вдоль оси y на $\frac{a_y \tau^2}{2}$. Верхний край цепочки за время τ переместится на расстояние $\frac{g\tau^2}{2}$, значит $L + \frac{a_y \tau^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2}$. С учётом полученных соотношений

$$\tau = \sqrt{\frac{2Lm}{F}}.$$



Способ 2. Ответ на вопрос можно получить и другим способом. Пересядем из лабораторной системы отсчёта (далее — ЛСО) в неинерциальную систему отсчёта (далее — НеИСО), падающую вниз без начальной скорости с ускорением свободного падения g . В этой системе отсчёта

изначально неподвижная цепочка приходит в движение под действием лишь одной силы F . И сумма действующих на любой элементарный (малый) участок силы тяжести и силы инерции равна нулю. В этом случае центр масс цепочки движется согласно теореме о движении центра масс с ускорением $a' = F/m$ и проходит за искомое время τ расстояние L . А значит $\tau = \sqrt{2L/a'}$, что дает тот же ответ.

3. Способ 1. Через время τ все части цепочки движутся с одинаковой скоростью, равной скорости её центра масс. А значит $v = |v_y| = |a_y|\tau$, то есть

$$v = \left| g - \frac{F}{m} \right| \sqrt{\frac{2Lm}{F}}.$$

Способ 2. Ответ на этот пункт можно получить, также используя пересадку в НеИСО. Скорость в данной системе отсчёта сразу после разворота цепочки равна $v' = a'\tau = \frac{F}{m} \sqrt{\frac{2Lm}{F}} = \sqrt{\frac{2FL}{m}}$ и направлена вверх. В данный момент выбранная система отсчёта будет двигаться вниз со скоростью $v_c = g\tau = g\sqrt{\frac{2Lm}{F}}$. При пересадке обратно в ЛСО с учётом закона сложения скоростей получаем $v_y = v_c - v' = \left(g - \frac{F}{m} \right) \sqrt{\frac{2Lm}{F}}$. А значит $v = |v_y|$.

4. Способ 1. Работа A_F силы F равна сумме изменения механической энергии $\Delta E_{\text{мех}}$ цепочки и выделившегося количества теплоты Q : $A_F = \Delta E_{\text{мех}} + Q$, где $A_F = F \left(L - \frac{a_y \tau^2}{2} \right)$, $\Delta E_{\text{мех}} = \Delta K + \Delta \Pi = \frac{mv^2}{2} - mg \frac{a_y \tau^2}{2}$. Откуда находим $Q = FL$.

Способ 2. В НеИСО к моменту полного разворота цепочки точка приложения силы F переместится на $2L$, а значит её работа равна $2FL$. Изменение кинетической энергии цепочки равно $\frac{mv'^2}{2} = FL$. С учётом этого находим выделившееся количество теплоты $Q = 2FL - FL = FL$ (как разность работы силы F и изменения кинетической энергии).

5. Способ 1. После распрямления цепочки выделим нижнюю половину нити (ниже точки B) массой $m/2$ и запишем для этого участка теорему о движении центра масс в проекции на ось Oy : $\frac{m}{2} a_y = \frac{m}{2} g - T$. В итоге получаем

$$T = \frac{F}{2}.$$

Способ 2. Рассматривая движение в НеИСО, на нижнюю половину цепочки после её разворота будет действовать сила $T = \frac{m}{2} a' = \frac{F}{2}$.

Задача 3 Пузырёк чёрного курильщика

В океанах на большой глубине около срединно-океанических хребтов могут встречаться такие источники тепла, как чёрные курильщики. Они извергают геотермальную воду высокой температуры. После одного из таких выбросов в толще океана появился слой теплой воды, температура t в котором изменялась с глубиной h так, как показано на рисунке (представлен на отдельном листе).

Продукты выброса чёрных курильщиков также часто содержат различные газы, которые формируют пузырьки.

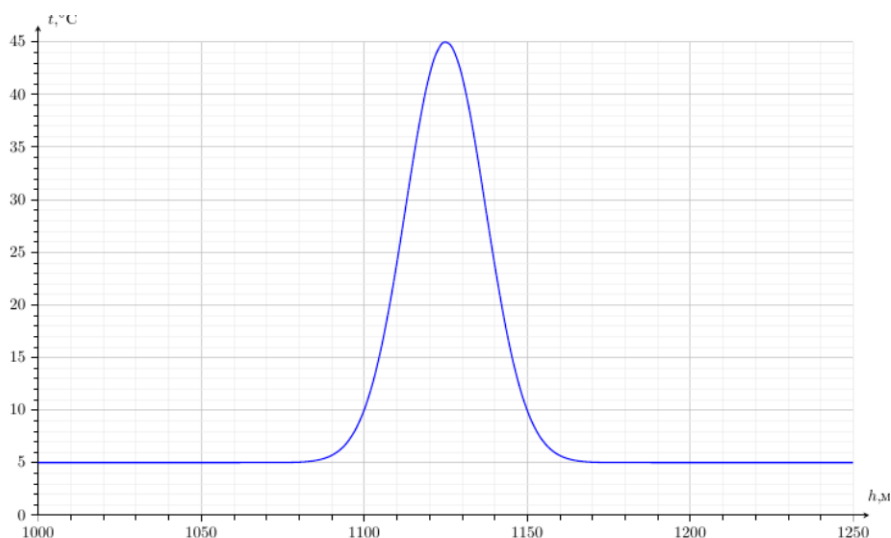
1. Найдите все возможные значения глубины, на которых пузырёк в воде будет находиться в равновесии.
2. Определите, являются ли найденные положения равновесия устойчивыми.

Считайте, что:

- течение в воде отсутствует, и она находится в состоянии покоя;
- пузырёк всегда имеет форму шара, и давление внутри него равно внешнему давлению воды;
- газ внутри пузырька можно считать идеальным;
- температура внутри пузырька равна температуре окружающей воды;
- газ не растворяется в воде.

Молярная масса газа $\mu = 222$ г/моль, плотность воды постоянна и равна $\rho_v = 1020$ кг/м³, универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

Примечание. При сдаче работы лист с рисунком вложите в свое решение.



Подсказка

Пузырёк в равновесии, когда плотность газа в нём равна плотности воды. Выразите отсюда температуру, нужную для равновесия, как функцию глубины — это прямая, которую можно наложить на данный график. Об устойчивости судите по тому, тяжелее или легче воды становится пузырёк при малом смещении вглубь.

Ответ

1) три положения равновесия: $h_A = (1030 \pm 10)$ м, $h_B = (1110 \pm 10)$ м, $h_C = (1135 \pm 10)$ м; 2) в точках A и C равновесие неустойчиво, в точке B — устойчиво.

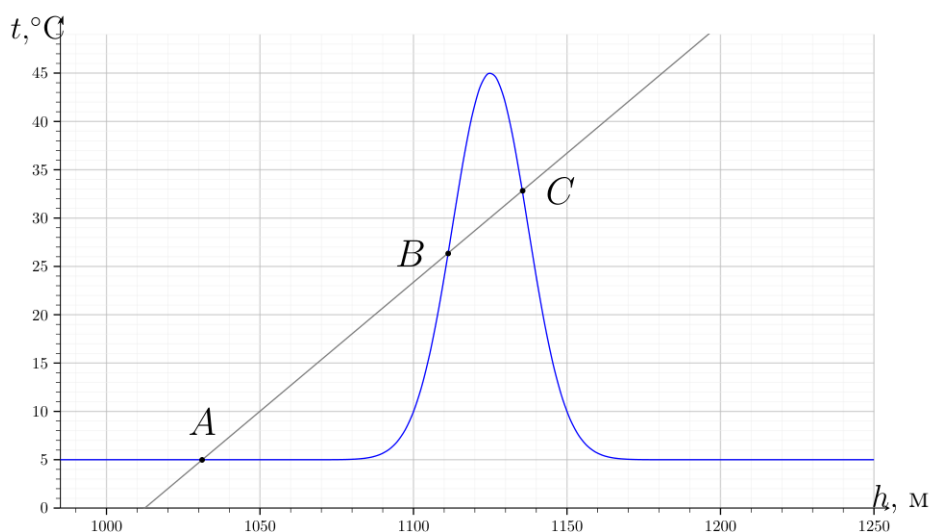
Решение

Пузырёк будет находится в равновесии, если плотность газа ρ внутри него будет равна плотности воды ρ_v .

Плотность газа согласно уравнению Менделеева-Клапейрона определяется выражением: $\rho = \frac{\mu p}{RT}$, где T — температура газа в кельвинах, p — давление газа на глубине h , равное $p = p_0 + \rho_v g h$. Откуда получаем, что плотность газа равна

$$\rho = \frac{\mu(p_0 + \rho_v g h)}{RT}.$$

Температура воды изменяется с глубиной, при этом данная зависимость не задана аналитически, а представлена в виде графика. Поэтому представим условие равновесия графически. Для этого из последнего уравнения получим зависимость температуры T газа внутри пузырька от глубины h , на которой данный пузырёк находится. Учитывая, что $\rho = \rho_{\text{в}}$, из последнего уравнения находим: $T = \frac{\mu p_0}{R \rho_{\text{в}}} + \frac{\mu g}{R} \cdot h$. Подставим числа в уравнение: $T = 2,62 \text{ К} + 0,267 \frac{\text{К}}{\text{м}} \cdot h$. Учитывая связь температуры t по шкале Цельсия с температурой T по шкале Кельвина, получаем: $t = -270,53 \text{ }^{\circ}\text{C} + 0,267 \frac{\text{ }^{\circ}\text{C}}{\text{м}} \cdot h$. Полученную из условия равновесия зависимость $t(h)$ и зависимость из условия задачи представим на одном графике. Видно, что графики зависимостей пересекаются в трёх точках A , B и C , значит существует три соответствующих положения равновесия.



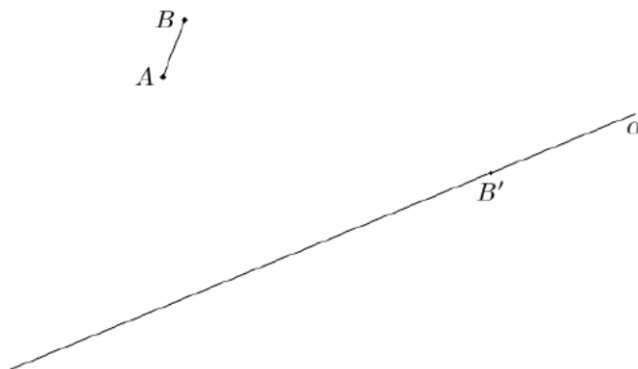
Из графика находим глубину для трёх положений равновесия пузырька, соответствующие точкам A , B и C графика: $h_A = (1030 \pm 10) \text{ м}$; $h_B = (1110 \pm 10) \text{ м}$; $h_C = (1135 \pm 10) \text{ м}$.

Проанализируем положение равновесия в точке A на устойчивость. Пусть пузырёк смещается на чуть большую глубину. В этом случае температура газа внутри пузырька будет меньше той, которая необходима для обеспечения его равновесия, а значит плотность газа в пузырьке будет больше плотности воды. Это означает, что сила Архимеда будет меньше силы тяжести, и, следовательно, пузырёк будет тонуть и дальше. То есть получаем, что положение равновесия в точке A неустойчиво. Аналогично рассуждая, получим, что положение равновесия в точке B устойчиво, а в точке C — неустойчиво.

Задача 4 Точно не Снеллиус?

Даны светящийся отрезок AB , точка B' — изображение точки B , создаваемое некоторой тонкой линзой, и прямая α , проходящая через точку B' (см. рисунок). Известно, что точка B' лежит в плоскости двойного фокуса линзы, а точка A' (изображение точки A) лежит на прямой α . Для всех возможных ситуаций с помощью циркуля и линейки без делений восстановите:

1. положение оптического центра линзы;
2. положение линзы и положение её главной оптической оси;
3. положение фокусов линзы;
4. положение точки A' .



На отдельном листе приведено два рисунка. Все построения выполняйте на этом листе, опишите их. Метод построения параллельных и перпендикулярных прямых, проходящих через заданную точку, деление отрезка пополам, откладывание равных отрезков и подобные стандартные геометрические процедуры описывать не обязательно.

Считайте, что данная линза любые лучи (даже непараксиальные) преломляет по тем же правилам, что и параксиальные. Параксиальный луч — это луч, идущий под малым углом к главной оптической оси линзы и на малом расстоянии от неё.

Примечание. При сдаче работы лист с рисунками вкладывается в решение участника.

Подсказка

Рассеивающая линза не может дать изображение в плоскости двойного фокуса, значит линза собирающая; разберите два случая — действительное и мнимое изображение B' (для мнимого найдите из формулы линзы, где тогда стоит B). Луч, идущий вдоль AB , после линзы идёт по прямой α — их пересечение лежит на линзе.

Ответ

Линза собирающая, возможны два случая. 1) Если B' действительное, оптический центр O — середина BB' ; если мнимое, O лежит на продолжении $B'B$ за точку B на расстоянии $BB'/2$ от B . 2) Линза проходит через O и точку L пересечения прямой AB с прямой α ; главная оптическая ось — перпендикуляр к линзе в точке O . 3) Фокус — середина отрезка между O и точкой пересечения оси с плоскостью двойного фокуса (через B' перпендикулярно оси), второй фокус симметричен ему относительно O . 4) A' — пересечение прямой AO с прямой α . Построения — на рисунках решения.

Решение

В условии задачи не указан тип линзы, поэтому необходимо понять, какая линза может быть. Изображение действительного объекта в рассеивающей линзе всегда лежит между фокальной плоскостью и плоскостью линзы. Так как B' лежит в плоскости двойного фокуса, то линза не может быть рассеивающей, поэтому делаем вывод, что линза собирающая. Изображение B' может быть действительным или мнимым.

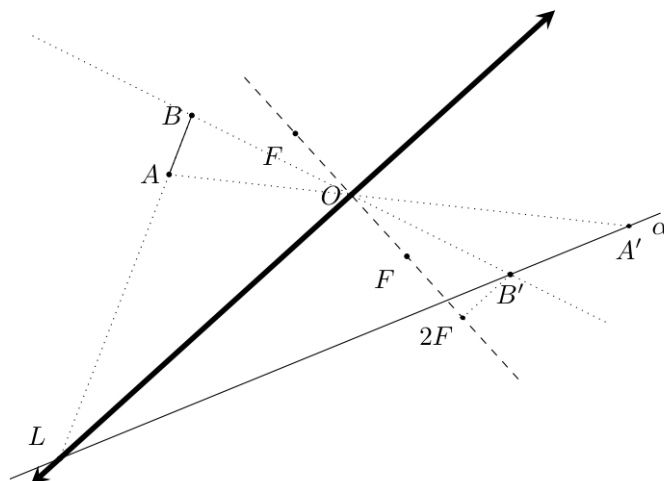
Рассмотрим сначала случай, когда изображение B' действительное. Если изображение действительное, то точки B и B' лежат в плоскостях двойного фокуса и оптический центр лежит на середине отрезка BB' .

Рассмотрим теперь случай, когда изображение B' мнимое. В этом случае B лежит между фокальной плоскостью и плоскостью линзы. Запишем формулу тонкой линзы для этого случая:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{-2F} = \frac{1}{F},$$

откуда находим, что $a = 2F/3$, а расстояние между предметом и его изображением $\Delta = 2F - a = 4F/3$ в два раза больше расстояния между предметом и линзой a .

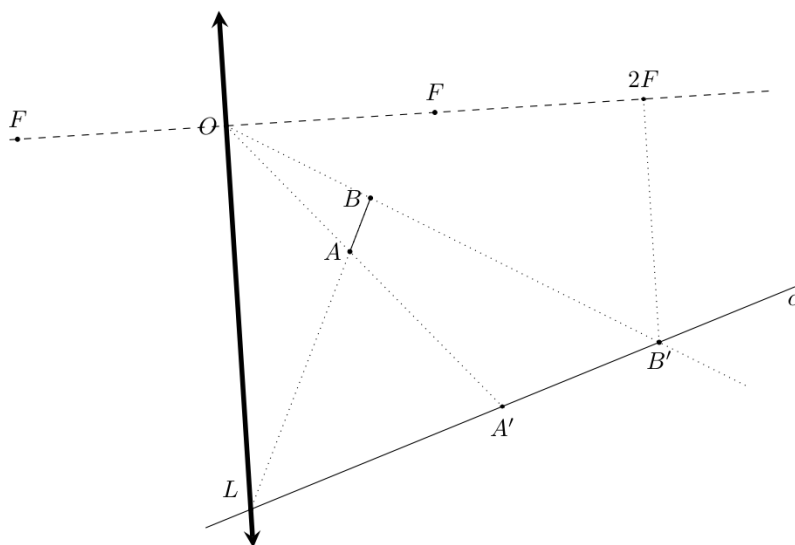
Для построения оптического центра линзы в первом случае делим отрезок BB' пополам, на середине этого отрезка и будет оптический центр O . Во втором случае делим отрезок BB' пополам, продолжаем прямую проходящую через этот отрезок за точку B и откладываем еще половину отрезка BB' — найденная точка будет оптическим центром O .



Для восстановления положения линзы найдем вторую точку линзы, для этого заметим, что луч AB после преломления в линзе пойдёт вдоль прямой α , так как изображение точки A' также лежит на этой прямой. Продолжим прямую, проходящую через отрезок AB , до пересечения с прямой α , найденная точка пересечения L будет принадлежать плоскости линзы. Рисуем линзу в виде отрезка, содержащего точки L и O . Для восстановления главной оптической оси (далее — ГОО) построим перпендикуляр к линзе в точке O .

Чтобы найти фокус, можно пойти двумя путями.

а) Пустим из т. B луч, идущий параллельно ГОО, который после преломления в линзе пройдет через т. B' и пересечёт ГОО в точке фокуса;



б) Вспомним, что т. B' лежит в двойной фокальной плоскости. Проведём эту плоскость, определим по её пересечению с ГОО точку двойного фокуса, разделим получившийся отрезок пополам и получим точку фокуса F . На рисунке представлены построения, соответствующие второму способу решения.

Чтобы построить точку A' можно пойти двумя путями:

- Пустим из т. A луч, параллельный ГОО. После преломления в линзе этот луч пройдет через фокус и пересечется с прямой α в т. A' .
- Пустим из т. A луч, проходящий через оптический центр O . Луч (в первом случае) или его продолжение (во втором случае) пересечется с прямой α как раз в т. A' .

Задача 5 Усилитель

В данной задаче рассматривается упрощённый принцип работы трёхконтактного элемента электрической цепи — *полевого транзистора*. Контакты данного элемента называются «исток», «сток» (имеется в виду исток и сток электронов) и «затвор» (см. рис. 1). При этом сила тока через затвор много меньше силы тока, текущего между стоком и истоком.

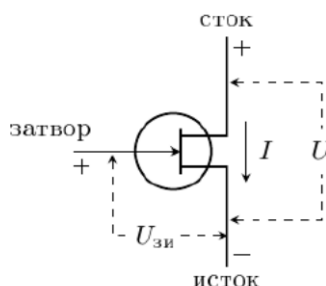


Рис. 1

Вольт-амперная характеристика транзистора, то есть зависимость силы тока I , текущего между стоком и истоком, от напряжения U между ними управляется напряжением $U_{зи}$, созданным между затвором и истоком (полярность подключения, соответствующая положительным значениям U и $U_{зи}$, указана на рис. 1).

В простейшей модели полевого транзистора его вольт-амперная характеристика описывается графиком, который представлен на рис. 2а. При любых положительных напряжениях U между стоком и истоком через транзистор течёт постоянный ток $I_{нас}$, называемый током насыщения. Сила тока насыщения зависит от напряжения $U_{зи}$, созданного между затвором и истоком, так, как показано на рис. 2б.

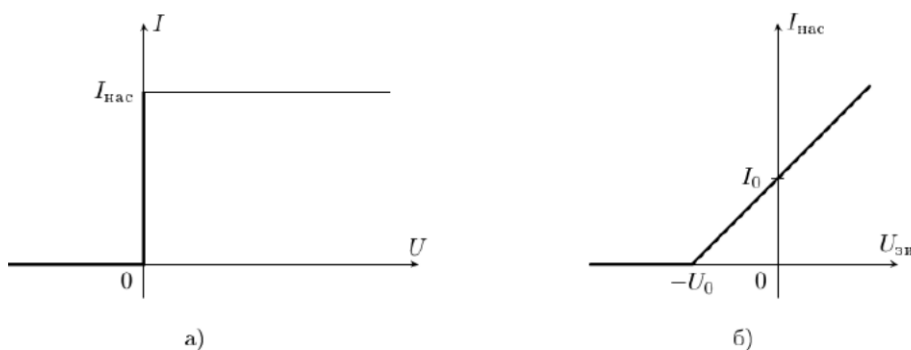


Рис. 2

На основе данного транзистора был собран простейший усилитель, то есть устройство, позволяющее увеличить амплитуду переменного напряжения. Схема такого устройства изображена на рис. 3 (буквами «с» и «и» отмечены, соответственно, сток и исток транзистора).

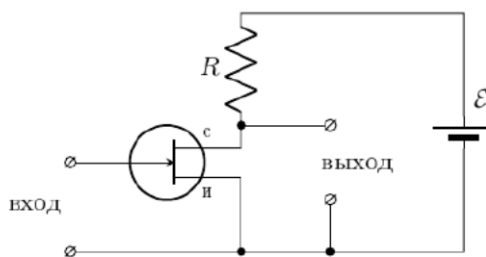


Рис. 3

На вход усилителя подают переменное напряжение синусоидальной формы с амплитудой U_a , зависимость $U_{\text{зи}}$ от времени t для которого представлена на рис. 4, при этом определяют напряжение $U(t)$ на выходе.

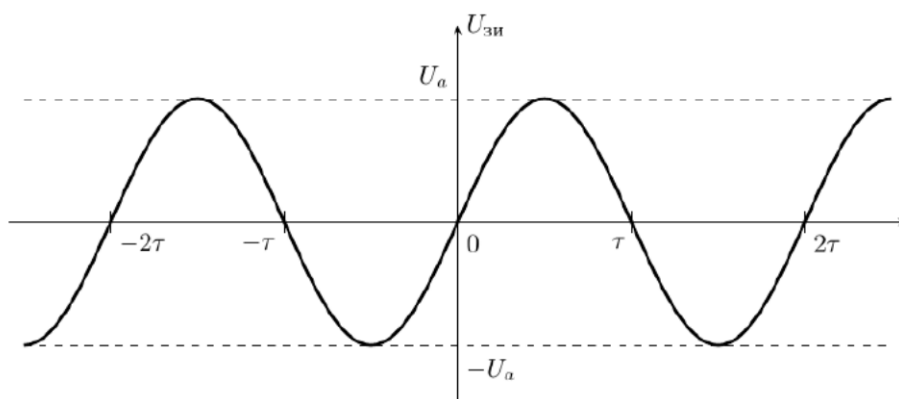


Рис. 4

При решении задачи считайте известными параметры транзистора: $I_0 = 0,5 \text{ A}$, $U_0 = 1 \text{ В}$, напряжение батареи $\varepsilon = 10 \text{ В}$, а также то, что батарея является идеальной.

Примечание: Амплитудой колебаний называется значение максимального отклонения исследуемой величины от её среднего значения.

1. При каких значениях U_a зависимость напряжения U на выходе усилителя от времени будет иметь форму синусоиды, если сопротивление резистора равно: а) $R = 5 \text{ Ом}$; б) $R = 16 \text{ Ом}$?
2. Определите коэффициент усиления K , то есть отношение амплитуды напряжения на выходе усилителя к амплитуде напряжения на входе, если $R = 5 \text{ Ом}$, и сигнал на входе усилителя имеет синусоидальную форму.
3. Постройте график зависимости выходного напряжения U от времени t , если $U_a = 2 \text{ В}$ и $R = 8 \text{ Ом}$. Отметьте на графике его основные особенности, укажите ключевые значения напряжений.

Подсказка

Постройте нагрузочную прямую $I = (\varepsilon - U)/R$ поверх вольт-амперной характеристики. Пока транзистор не заперт ($U_{\text{зи}} > -U_0$) и напряжение на нём не упало до нуля, через него течёт $I_{\text{нас}}$, и выходное напряжение линейно зависит от $U_{\text{зи}}$.

Ответ

- 1) а) $U_a \leq 1 \text{ В}$; б) $U_a \leq 0,25 \text{ В}$; 2) $K = I_0 R / U_0 = 2,5$; 3) $U = 6 \text{ В} - 8 \text{ В} \cdot \sin(\pi t / \tau)$, обрезаемая

сверху линией $U = 10$ В и снизу линией $U = 0$: $U(N\tau) = 6$ В, около $t = 0$ убывает, верхние горизонтальные участки длиннее нижних.

Решение

Если I — сила тока, текущего между стоком и истоком в цепи усилителя, то

$$\mathcal{E} = IR + U \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E} - U}{R}.$$

Данная зависимость называется нагрузочной характеристикой, а её график, в данном случае, — нагрузочной прямой. Учитывая, что эта прямая проходит через точки с координатами $(0; \mathcal{E}/R)$ и $(\mathcal{E}; 0)$, построим её поверх вольт-амперной характеристики, приведённой в условии, и определим точку их пересечения.

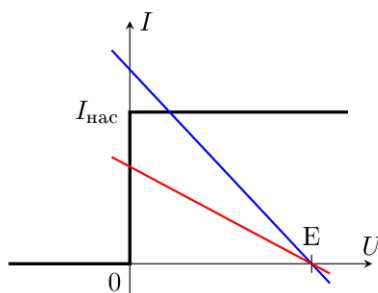


Рис. 1

В результате получим, что

1. при $I_{\text{нас}} < \mathcal{E}/R$ (синяя линия на рис. 1), сила тока, текущего от стока к истоку, равна $I = I_{\text{нас}}$, а $U = \mathcal{E} - I_{\text{нас}}R > 0$;
2. при $I_{\text{нас}} \geq \mathcal{E}/R$ (красная линия на рис. 1), напряжение между стоком и истоком $U = 0$, а сила тока $I = \mathcal{E}/R$.

Таким образом, напряжение на выходе усилителя не может быть отрицательным, то есть $U \geq 0$.

Согласно графику зависимости $I_{\text{нас}}(U_{\text{зи}})$, приведённому в условии, на участке $U_{\text{зи}} > -U_0$ эта зависимость линейна:

$$I_{\text{нас}} = \frac{I_0}{U_0} (U_{\text{зи}} + U_0),$$

следовательно, линейной будет и зависимость $U(U_{\text{зи}})$:

$$U = \mathcal{E} - I_{\text{нас}}R = \mathcal{E} - I_0R - \frac{I_0R}{U_0} \cdot U_{\text{зи}}. \quad (1)$$

В этом случае выходной сигнал будет отличаться от входного лишь сдвигом и масштабированием, то есть синусоида, например, останется синусоидой:

$$U_{\text{зи}} = U_a \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) \quad \Rightarrow \quad U(t) = \mathcal{E} - I_0R - \frac{I_0R}{U_0} \cdot U_a \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right).$$

Данное правило нарушается в двух случаях:

1. $U_{\text{зи}} \leq -U_0$. Тогда

$$I_{\text{нас}} = 0 \quad \Rightarrow \quad I = 0 \text{ при любом } U \quad \Rightarrow \quad U = \mathcal{E}.$$

2. $U = 0$. В этом случае

$$I_{\text{нас}} = \frac{I_0}{U_0} (U_{\text{зи}} + U_0) \geq \frac{\mathcal{E}}{R} \quad \Rightarrow \quad U_{\text{зи}} \geq U_0 \cdot \frac{\mathcal{E} - I_0 R}{I_0 R}.$$

Подытожим: синусоидальный сигнал на входе преобразуется усилителем в синусоидальный сигнал на выходе, если для всех $U_{\text{зи}}$, удовлетворяющих условию $|U_{\text{зи}}| \leq U_a$, выполняется неравенство

$$-U_0 \leq U_{\text{зи}} \leq U_0 \cdot \frac{\mathcal{E} - I_0 R}{I_0 R}.$$

а) Пусть $R = 5$ Ом. Тогда, подставляя остальные данные, получим

$$-1 \text{ В} \leq U_{\text{зи}} \leq 3 \text{ В}.$$

Отсюда делаем вывод, что зависимость $U(t)$ будет сохранять форму синусоиды, если $U_a \leq 1$ В.

б) Пусть теперь $R = 16$ Ом. В этом случае неравенство для $U_{\text{зи}}$ примет вид

$$-1 \text{ В} \leq U_{\text{зи}} \leq 0,25 \text{ В},$$

следовательно, синусоидальность сигнала сохраняется при $U_a \leq 0,25$ В.

Если синусоидальность выходного сигнала не нарушается, воспользуемся формулой (1), где величина $\mathcal{E} - I_0 R$ задаёт смещение средней линии синусоиды, а $I_0 R / U_0$ является масштабным множителем, имеющим смысл искомого коэффициента усиления K . Вычислим его при $R = 5$ Ом:

$$K = \frac{I_0 R}{U_0} = 2,5.$$

При $R = 8$ Ом зависимость, заданная формулой (1), будет иметь вид

$$U = 6 \text{ В} - 4U_{\text{зи}} = 6 \text{ В} - 8 \text{ В} \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right).$$

График этой функции (красный пунктир на рис. 2) — сдвинутая вдоль вертикальной оси синусоида, минимальное и максимальное значения напряжения для которой равны

$$U_{\min} = 6 \text{ В} - 4U_a = 6 \text{ В} - 4 \cdot 2 \text{ В} = -2 \text{ В}, \quad U_{\max} = 6 \text{ В} + 4U_a = 6 \text{ В} + 4 \cdot 2 \text{ В} = 14 \text{ В}.$$

Вблизи $t = 0$ она является убывающей, в отличие от функции $U_{\text{зи}}(t)$. В реальности же, полученную кривую необходимо «обрезать» сверху и снизу: сверху — по линии $U = \mathcal{E} = 10$ В, снизу — по линии $U = 0$. Получившаяся кривая (сплошная линия на рис. 2) и есть требуемый график.

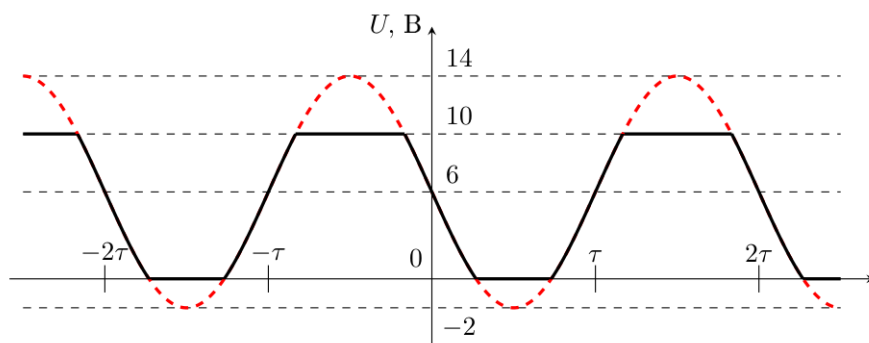


Рис. 2

Характерные точки и особенности графика:

1. График является «обрезанной», смещённой вверх по оси ординат синусоидой;
2. $U(N\tau) = 6 \text{ В}$, где $N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;
3. Вблизи оси ординат (оси U) наклон кривой отрицательный;
4. Значения больше 10 В и меньше 0 В «обрезаны» горизонтальными линиями $U = 10 \text{ В}$ и $U = 0 \text{ В}$;
5. Горизонтальные участки симметричны относительно положения пиков исходной синусоиды (то есть точек с абсциссами $\pm\tau/2, \pm 3\tau/2, \dots$);
6. Верхние горизонтальные участки длиннее нижних.