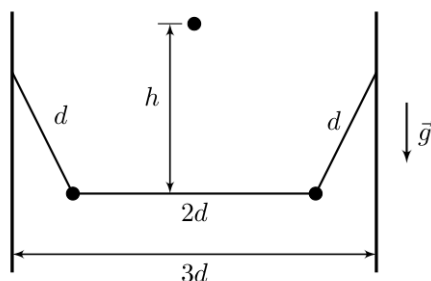


ВсОШ, 2024/25, региональный этап, 11 класс, теоретический тур

Всероссийская олимпиада школьников по физике [Условия, ответы и решения](#)

Задача 1 Зацепился

Два тяжелых маленьких шарика массами m закреплены с помощью трех невесомых, нерастяжимых нитей между двумя вертикальными стенками в поле тяжести. Расстояние между стенками $3d$, длины нитей, прикрепленных к стенкам равны d , длина нити между шариками $2d$. С высоты h , отсчитывая от середины горизонтальной нити, падает еще один такой же шарик, к которому прикреплен крючок. Пролетая рядом с горизонтальной нитью, шарик зацепляется за нее крючком. Определите силы натяжения нитей в этот момент. Ускорение свободного падения равно g .



Подсказка

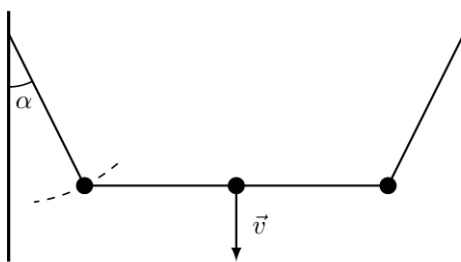
В момент зацепления скорость среднего шарика вертикальна, а проекции скоростей шариков на горизонтальную нить равны — значит, боковые шарик ещё покоятся. В системе отсчёта, движущейся вместе со средним шариком, боковой шарик идёт по окружности радиуса d : отсюда его ускорение.

Ответ

Натяжение боковых нитей $T_1 = \frac{mg}{3} \left(2\sqrt{3} + 4\frac{h}{d} \right)$, горизонтальной нити $T_2 = \frac{mg}{3} \left(\sqrt{3} + 8\frac{h}{d} \right)$.

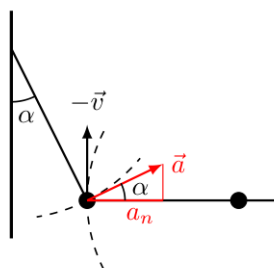
Решение

Скорость падающего шарика в момент, когда он цепляется за горизонтальную нить, $v = \sqrt{2gh}$. Рассмотрим движение одного из шариков, подвешенных на нитях (на рисунке 1 — левого). Он движется по окружности с центром в точке крепления нити на левой стенке. Проекция скоростей левого и центрального шарика на горизонтальную нить должны быть равны. Скорость центрального шарика v направлена вертикально вниз. Следовательно, скорость левого шарика в начальный момент времени равна нулю. Нормальная проекция ускорения левого шарика, поэтому равна нулю, есть только тангенциальная составляющая $\vec{a}_\tau = \vec{a}$. Определим эту величину.



Способ 1. Перейдём в систему отсчёта, движущуюся вниз с постоянной скоростью $\vec{v}$ (рис. 2). В ней левый шарик движется по окружности, центром которой является центральный шарик. Нормальная проекция ускорения в этой системе отсчёта направлена вдоль нити и равна $a'_n = v^2/d$. Но переход в инерциальную систему отсчёта не меняет ни величину, ни направление ускорения. Поэтому a_n является проекцией $\vec{a}$ на горизонтальную нить

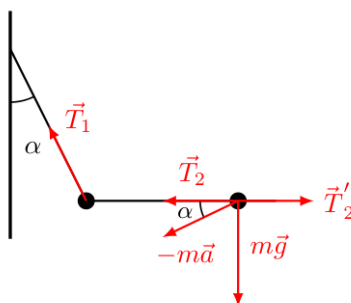
$$a'_n = a \cdot \cos \alpha, \quad \frac{v^2}{d} = a \cdot \cos 30^\circ, \quad a = \frac{2v^2}{\sqrt{3}d}.$$



Способ 2. Перейдем в неинерциальную систему отсчёта левого шарика, тогда на центральный шарик будет дополнительно действовать сила инерции $-m\vec{a}$ (см. рис.). Запишем для центрального шарика уравнение второго закона Ньютона в проекции на горизонтальную ось:

$$m \frac{v^2}{d} = T_2 - ma \cos 30^\circ - T'_2.$$

Откуда получаем тот же ответ.



Теперь уже несложно найти натяжения T_1 боковой и T_2 горизонтальной нитей. Из второго закона Ньютона для левого шарика

$$m \frac{v^2}{d} = T_2 - T_1 \cdot \sin 30^\circ, \quad m \frac{v^2}{\sqrt{3}d} = T_1 \cos 30^\circ - mg.$$

Решая систему, получаем

$$T_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}mg + \frac{2mv^2}{3d}, \quad T_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}mg + \frac{4mv^2}{3d}g.$$

Заменив $v^2 = 2gh$, получаем окончательно

$$T_1 = \frac{mg}{3} \left(2\sqrt{3} + 4\frac{h}{d} \right), \quad T_2 = \frac{mg}{3} \left(\sqrt{3} + 8\frac{h}{d} \right).$$

Задача 2 Больше или меньше

Рассмотрим два процесса A и B , в каждом из которых ν молей идеального одноатомного газа квазистатически переводят из состояния 1 с объёмом V и температурой T в состояние 2 с объёмом $2V$ и температурой $2T$ так, что в течение всего процесса температура газа не уменьшается и тепло от газа не отводится. При этом процесс A осуществляется таким образом, что количество теплоты, которое подводят к газу, оказывается максимально возможным при выполнении данных условий, а в процессе B количество теплоты оказывается минимальным. Определите:

1. максимальные $V_A^{\max}$, $V_B^{\max}$ и минимальные $V_A^{\min}$, $V_B^{\min}$ значения объёмов газа в каждом из этих процессов,
2. количество теплоты Q_A и Q_B , подведенное в каждом процессе.

Подсказка

На плоскости pV точка состояния не может уходить ни на более низкую изотерму, ни на более низкую адиабату: процесс лежит между изотермами и адиабатами, проходящими через состояния 1 и 2. Вспомните, что $\delta Q = T dS$: при каком ходе температуры тепло максимально и минимально?

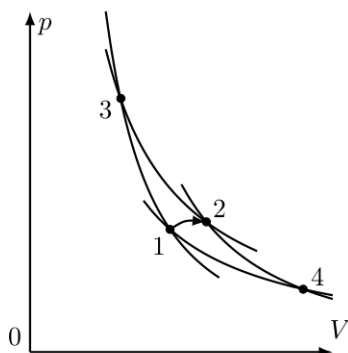
Ответ

$$1) V_A^{\max} = 2V, V_A^{\min} = \frac{V}{2\sqrt{2}}, V_B^{\max} = 4\sqrt{2}V, V_B^{\min} = V; \quad 2) Q_A = 5\nu RT \ln 2, Q_B = \frac{5}{2}\nu RT \ln 2.$$

Решение

Способ 1. Через любую точку, соответствующую состоянию газа в координатах pV проходит ровно одна изотерма. Изотермы друг с другом не пересекаются и расположенным выше изотермам соответствуют большие температуры. При переходе газа из состояния 1 в состояние 2 точка, соответствующая его состоянию, не может перемещаться с «верхних» изотерм на «нижние», так как температура газа не уменьшается, а траектория процесса лежит между изотермами, проходящими через точки 1 и 2.

Если теперь рассмотреть аналогичным образом на той же pV -плоскости семейство адиабат, то точка, соответствующая состоянию газа не может перемещаться с «верхних» адиабат на «нижние», так как тепло от газа не отводится, следовательно, траектория процесса лежит между адиабатами, проходящими через точки 1 и 2 (см. рис.).



Покажем, что максимальное количество теплоты в таком процессе подводится к газу в случае, если его сначала адиабатически перевести из состояния 1 в состояние 3, затем изотермически из состояния 3 в состояние 2. Рассмотрим цикл $1-3-2-1$, полагая переход из состояния 2 в состояние 1 произвольным, лежащим внутри криволинейного четырёхугольника $1-3-2-4-1$. Работа в этом цикле равна разности подведённого на участке $1-3-2$ количества теплоты Q_{132} и отведённого при переходе $2-1$ количества теплоты Q_{21} . Так как работа положительна, $Q_{132} > Q_{21}$. Так как процесс 21 выбран произвольно (при ограничениях на подвод тепла и изменение температуры, которые оговорены в условии), то величина Q_{132} соответствует максимальному значению количества теплоты, которое может быть подведено при таком переходе. Аналогично можно показать, что минимально возможному количеству теплоты соответствует процесс, при котором газ сначала изотермически расширяется из состояния 1 в состояние 4, а затем адиабатически сжимается, переходя из состояния 4 в состояние 2.

Способ 2. Приведём анализ характера процессов A и B с использованием понятия энтропии. Процессы A и B протекают так что, в течение всего процесса температура газа не уменьшается и тепло от газа не отводится, значит энтропия в этих процессах не может уменьшаться. Подведенная теплота и изменение энтропии связаны соотношением: $\delta Q = T dS$.

Процесс A протекает с максимально возможным подведенным теплом, значит в этом процессе все подведенное тепло должно быть передано при максимально возможной температуре. Для этого систему нужно перевести без подвода тепла в состояние с максимально возможной температурой, что соответствует процессу, при котором газ сначала адиабатически сжимается из состояния 1 в состояние 3, а затем изотермически расширяется, переходя из состояния 3 в состояние 2. Процесс B протекает с минимально возможным подведенным теплом, значит в этом процессе все подведенное тепло должно быть передано при минимально возможной температуре, после чего в состояние 2 систему нужно перевести без подвода тепла. Это соответствует процессу, при котором газ сначала изотермически расширяется из состояния 1 в состояние 4, а затем адиабатически сжимается, переходя из состояния 4 в состояние 2.

Перейдём к вычислению объёмов, соответствующих точкам 3 и 4. Уравнение, связывающее переменные T и V в адиабатическом процессе:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

где γ — показатель адиабаты. Для одноатомного идеального газа $\gamma = 5/3$ и $TV^{2/3} = \text{const}$. Отсюда для процесса A :

$$TV^{2/3} = 2T \left(V_A^{\min} \right)^{2/3}, \quad V_A^{\min} = \frac{V}{2\sqrt{2}}.$$

Очевидно, что $V_A^{\max} = 2V$. Для процесса B :

$$2T \cdot (2V)^{2/3} = T \cdot (V_B^{\max})^{2/3}, \quad V_B^{\max} = 4\sqrt{2}V.$$

Разумеется $V_B^{\min} = V$.

Теплота в этих процессах подводится на изотермах. Количество теплоты в изотермическом процессе равно работе газа. Для процесса A :

$$Q_A = 2\nu RT \ln \frac{V_2}{V_3} = 5\nu RT \ln 2.$$

Для процесса B :

$$Q_B = 2\nu RT \ln \frac{V_4}{V_1} = \frac{5}{2}\nu RT \ln 2.$$

Задача 3 Зарядка аккумулятора

Иногда электродвигатель можно использовать в качестве генератора напряжения. Рассмотрим в качестве примера электродвигатель, в котором магнитное поле создается постоянным магнитом статора, и тогда при совершении работы по вращению в этом поле ротора двигателя в нем создается ЭДС индукции. Будем поддерживать вращение ротора за счет натяжения легкого нерастяжимого троса с массивным грузом, который плавно (и практически равномерно) опускается с некоторой высоты H . Заметим, что в таком режиме сила тока в обмотке ротора прямо пропорциональна силе натяжения троса. Возникшая ЭДС используется для зарядки аккумулятора, заряд которого увеличивается на величину $Q_1 = 300 \text{ мА} \cdot \text{час}$. Если подключить этот аккумулятор к двум таким же параллельно соединенным электродвигателям, и опустить тот же груз с той же высоты на двух одинаково нагруженных тросах, каждый из которых вращает ротор одного из электродвигателей, то приобретаемый заряд станет равным $Q_2 = 400 \text{ мА} \cdot \text{час}$.

1. Во сколько раз отличается время зарядки в первом и втором случае?
2. Во сколько раз сила тока зарядки аккумулятора в первом и втором случае отличается от силы тока в цепи ротора одного электродвигателя с закрепленным неподвижно ротором при подключении его к этому аккумулятору?
3. Какой заряд приобретет аккумулятор, если аналогичным образом использовать для его зарядки три таких электродвигателя?

Изменением ЭДС аккумулятора в процессе зарядки, внутренним сопротивлением аккумулятора и действием на груз сил сопротивления воздуха можно пренебречь.

Подсказка

Ток пропорционален натяжению троса: с двумя двигателями ток каждого вдвое меньше, а суммарный ток зарядки тот же. Запишите закон сохранения энергии: работа силы тяжести идёт на зарядку аккумулятора и джоулево тепло в обмотках.

Ответ

1) $t'/t = Q_2/Q_1 = 4/3$; 2) $I_0/I = 1$ — ток зарядки в обоих случаях равен току через неподвижный ротор; 3) $Q_3 = \frac{3Q_1Q_2}{4Q_1 - Q_2} = 450 \text{ мА} \cdot \text{час}$.

Решение

Рассмотрим сначала случай одного генератора. Поскольку груз опускается равномерно, то сила натяжения троса постоянна (она равна весу груза), и поэтому ток в обмотке ротора постоянен. Это значит, что $Q_1 \approx I \cdot t$.

В случае с двумя генераторами они делят нагрузку поровну, то есть сила натяжения каждого троса равна половине силы натяжения для одного троса. Поскольку магнитные силы, действующие на ротор, пропорциональны току через него, то токи через генераторы в этом случае

будут равны $I' = I/2$. Суммарный ток зарядки аккумулятора остался тем же, то есть теперь $Q_2 \approx I \cdot t'$.

Значит, отношение времен зарядки

$$\frac{t'}{t} \approx \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{4}{3}.$$

При опускании груза, согласно условию, его потенциальная энергия переходит только в работу по дозарядке аккумулятора и в джоулево тепло, выделяющееся в цепи обмотки ротора. Пусть ε — постоянная (по условию) ЭДС аккумулятора, а R — сопротивление цепи обмотки ротора. Работа над аккумулятором равна $A = \varepsilon Q_1$, а мощность тепловыделения $P = I^2 R$. Если масса груза равна m , то закон сохранения энергии для зарядки одним генератором имеет вид:

$$mgH \approx \varepsilon Q_1 + I^2 R t = Q_1 \left(\varepsilon + \frac{R Q_1}{t} \right).$$

Для зарядки двумя генераторами:

$$mgH \approx \varepsilon Q_2 + 2I'^2 R t' = \varepsilon Q_2 + \frac{1}{2} I^2 R t' = Q_2 \left(\varepsilon + \frac{R Q_1}{2t} \right)$$

(здесь мы использовали соотношение $Q_1/t \approx Q_2/t'$). Сопоставляя два выражения для mgH , находим, что

$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{2(\varepsilon t + R Q_1)}{2\varepsilon t + R Q_1} = Q_1 \cdot \frac{2x + 2}{2x + 1},$$

где введено обозначение $x \equiv \frac{\varepsilon t}{R Q_1}$. Отметим, что эта величина как раз и равна отношению силы тока через неподвижный ротор ($I_0 = \varepsilon/R$) к силе тока зарядки. Из полученного соотношения выражаем

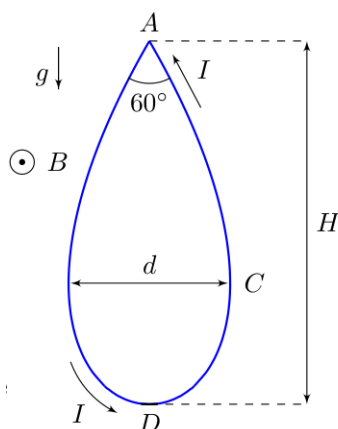
$$\frac{I_0}{I} = x = \frac{2Q_1 - Q_2}{2Q_2 - 2Q_1} = 1.$$

Повторив аналогичные рассуждения для случая трех генераторов, получим

$$Q_3 = Q_1 \cdot \frac{3x + 3}{3x + 1} = \frac{3Q_1 Q_2}{4Q_1 - Q_2} = 450 \text{ мА} \cdot \text{час}.$$

Задача 4 Петля с током

В горизонтальном однородном магнитном поле индукции B висит гибкая проводящая нить длины L , по которой течёт ток I . Оба конца нити подвешены практически к одной и той же точке A . В равновесном положении эти концы образуют друг с другом угол $\alpha = 60^\circ$, а расстояние между точкой подвеса и самой нижней точкой нити равно $H = L\sqrt{3}/4$ (см. рис.). Ускорение свободного падения равно g . Собственным магнитным полем тока можно пренебречь. Нить является однородной.



1. Найдите массу нити m и силу натяжения нити T_D в её нижней точке (точка D на рисунке).
2. Определите силу натяжения нити T_C в её крайней правой точке (точка C на рисунке).
3. Найдите расстояние d между крайней левой и крайней правой точкой висающей нити.

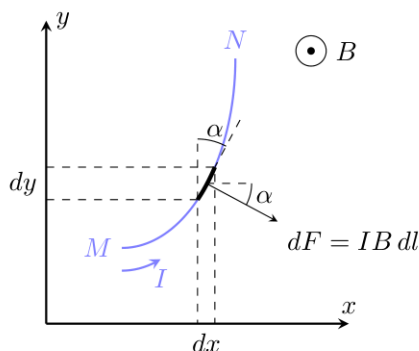
Подсказка

Сила Ампера, действующая на кусок нити любой формы, зависит только от положения его концов: её проекции равны $IB \Delta y$ и $-IB \Delta x$. Так как сила Ампера перпендикулярна нити, натяжение меняется только из-за тяжести: $dT = \rho g dy$.

Ответ

$$1) m = \frac{IBL}{g}, T_D = \frac{IBL}{4\sqrt{3}}; \quad 2) T_C = 2T_D = \frac{IBL}{2\sqrt{3}}; \quad 3) d = \frac{L}{3\sqrt{3}}.$$

Решение



Чтобы найти силу, с которой однородное магнитное поле воздействует на проводник MN с током, имеющий сложную форму, возьмём маленький участок проводника длины dl . Сила, действующая на него, равна $dF = IB dl$ и направлена перпендикулярно (см. рис.). Проекции этой силы на оси координат равны

$$dF_x = IB dl \cos \alpha = IB dy, \quad dF_y = -IB dl \sin \alpha = -IB dx.$$

Таким образом, суммируя по всем участкам проводника, получим, что

$$F_x = IB(y_N - y_M), \quad F_y = -IB(x_N - x_M),$$

где $(x_M; y_M)$ и $(x_N; y_N)$ — координаты точек M и N соответственно.

Пусть T_A — сила натяжения нити в верхней точке, а $\rho = m/L$ — линейная плотность нити. Рассмотрим правую половину нити и запишем условия равновесия для сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$\begin{cases} T_A \cos 30^\circ = mg/2, \\ T_A \sin 30^\circ + T_D = IBH \end{cases}$$

Отсюда найдём

$$\begin{cases} T_A = mg/\sqrt{3}, \\ T_A/2 + T_D = IBL \cdot \sqrt{3}/4 \end{cases}$$

Применяя метод виртуальных перемещений, получим

$$T_A - T_D = \rho g H = \frac{mgH}{L} = \frac{mg\sqrt{3}}{4}.$$

Отсюда следует, что

$$T_A - T_D = \frac{3T_A}{4} \Rightarrow T_A = 4T_D \Rightarrow T_D = \frac{IBL}{4\sqrt{3}},$$

$$mg = \sqrt{3}T_A = 4\sqrt{3}T_D = IBL \Rightarrow m = \frac{IBL}{g}.$$

Рассмотрим участок нити CD и запишем условие равновесия для сил в проекции на горизонтальную ось:

$$T_D = IBh,$$

где h — высота точки C относительно точки D , равная, соответственно,

$$h = \frac{T_D}{IB} = \frac{L}{4\sqrt{3}}.$$

С другой стороны, применяя метод виртуальных перемещений, получим

$$T_C - T_D = \rho gh \Rightarrow T_C - T_D = \frac{\rho g}{IB} \cdot T_D = \frac{mg}{IBL} \cdot T_D = T_D \Rightarrow T_C = 2T_D = \frac{IBL}{2\sqrt{3}}.$$

Пусть K — некоторая точка, находящаяся на высоте y относительно точки D и смещённая относительно неё на x вправо. Обозначим T силу натяжения нити в точке K , φ — угол между касательной в точке K и горизонталью, а l — длину участка KD . Тогда

$$T \sin \varphi = \rho gl + IBx = IB(l + x),$$

$$T \cos \varphi = T_D - IBy,$$

$$T = T_D + \rho gy = T_D + IBy.$$

Дифференцируя первое уравнение и учитывая, что $dl = dx / \cos \varphi = dy / \sin \varphi$, получим

$$d(T \sin \varphi) = IB(dl + dx) = IB dy \cdot \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi}.$$

С другой стороны,

$$T(1 + \cos \varphi) = 2T_D,$$

откуда имеем

$$T \sin \varphi \cdot d(T \sin \varphi) = 2T_D \cdot IB dy \Rightarrow \frac{(T \sin \varphi)^2}{2} = 2T_D \cdot IBy \Rightarrow T \sin \varphi = 2IB\sqrt{hy}.$$

Учитывая, что $\operatorname{tg} \varphi = dy/dx$, окончательно получим значение d :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2IB\sqrt{hy}}{IB(h-y)} \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{\sqrt{h}} \int_0^h \frac{h-y}{2\sqrt{y}} dy = h - \frac{1}{3}h = \frac{2}{3}h \Rightarrow d = \frac{4h}{3} = \frac{L}{3\sqrt{3}}.$$

Задача 5 Я надел свои очки

Часто на портретных фотографиях, сделанных с помощью камеры смартфона (рис. 1), в отражении очков фотографирующего можно увидеть изображение его смартфона. Определите по фотографии ниже радиус кривизны поверхности очков, оцените погрешность измерений. Считайте, что расстояние между смартфоном и очками известно точно и равно $L = 50$ см. На рис. 2 изображены смартфон и очки, лежащие рядом друг с другом. Длины, необходимые для получения числового ответа в задаче, можно измерить с помощью линейки по фотографиям из условия.



Рис. 1. Портретная фотография, сделанная с помощью смартфона.



Рис. 2. Очки и смартфон рядом друг с другом.

Подсказка

Сравните отношение размеров очков и смартфона на рис. 2 (реальные размеры) с отношением их размеров на портрете (угловые размеры, видимые из смартфона). Изображение смартфона в выпуклом зеркале мнимое и уменьшенное — дальше формула сферического зеркала и увеличение.

Ответ

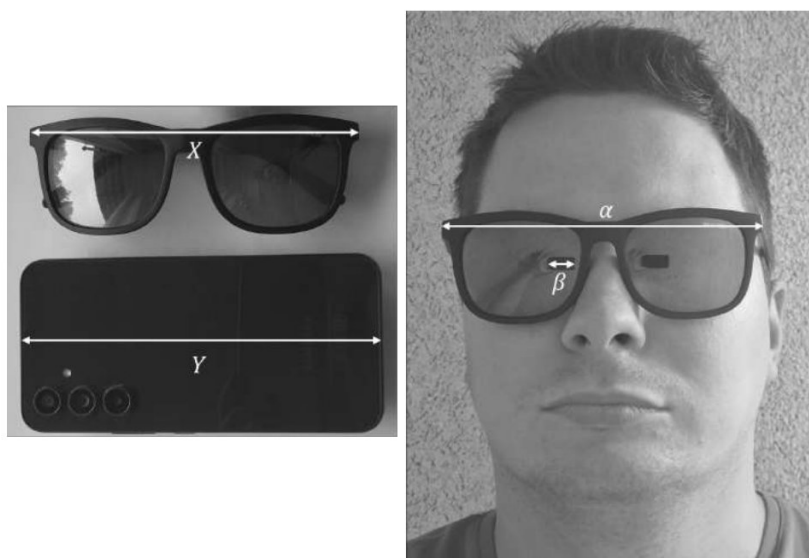
$$R = \frac{2L}{\frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X} - 2} = (10,7 \pm 1,6) \text{ см (при } X/Y = 1,1 \pm 0,1, \alpha/\beta = 12 \pm 1).$$

Решение

Обозначим реальный размер очков за X , а реальный размер смартфона за Y . Пусть также α — угловой размер изображения очков на портретной фотографии, а β — угловой размер изображения смартфона на ней. Измерим отношение размеров изображений очков и смартфона на двух фотографиях.

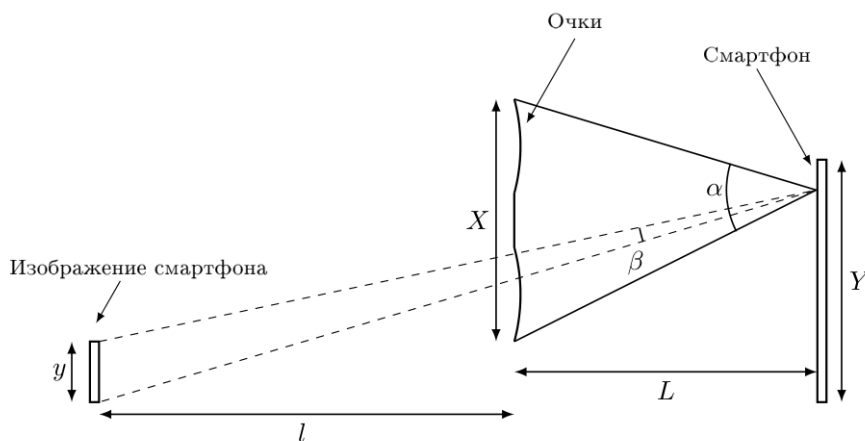
$$\frac{X}{Y} = (1,1 \pm 0,1); \quad \frac{\alpha}{\beta} = (12 \pm 1);$$

На левой фотографии отношение размеров изображений соответствует отношению реальных размеров, а на правой отношению угловых размеров изображений.



Сделаем простейший чертеж расположения изображения смартфона и очков на правой фотографии. Обозначим размер изображения смартфона за y , расстояние между изображением смартфона и очками за l . Угловые размеры изображения смартфона и очков на правой фотографии в приближении малых углов даются формулами:

$$\alpha = \frac{X}{L}; \quad \beta = \frac{y}{L+l}. \quad (1)$$



Положение изображения определяется формулой сферического зеркала:

$$\frac{1}{L} - \frac{1}{l} = -\frac{2}{R}, \quad (2)$$

где R — радиус кривизны зеркала. Размер изображения смартфона связан с его реальным размером через увеличение зеркала:

$$y = Y \frac{l}{L}. \quad (3)$$

Объединяя уравнения получим:

$$R = \frac{2L}{\frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X} - 2}. \quad (4)$$

Рассчитаем с учетом погрешности измерений минимально возможное значение радиуса кривизны и максимально возможное:

$$R_{\min} = \frac{2 \cdot 50 \text{ см}}{\frac{13}{1} - 2} = 9,09 \text{ см.}$$

$$R_{\max} = \frac{2 \cdot 50 \text{ см}}{\frac{11}{1,2} - 2} = 12,24 \text{ см.}$$

Тогда окончательное значение радиуса кривизны с учетом погрешностей измерений:

$$R = (10,7 \pm 1,6) \text{ см.}$$