Законы Ньютона, силы

После пособия вы сможете

- расставлять все силы на каждое тело отдельно, не теряя ни одной и не добавляя лишних;
- записывать второй закон Ньютона векторно, а потом в проекциях на удобные оси;
- выбирать систему тел так, чтобы ненужные внутренние силы выпали, и «разрезать» систему, чтобы найти силу между её частями;
- находить ускорения «сразу после» пережигания нити: какие силы меняются скачком, а какие нет.

Теория кратко

Определение 1

Материальная точка — тело, размерами которого можно пренебречь; вся масса — в одной точке, к ней прикладываем все силы. Модель годится, когда тело движется поступательно или его размеры малы по сравнению с остальными. Инерциальная система отсчёта (ИСО) — такая, где тело без сил или с $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$ покоится или движется равномерно прямолинейно (первый закон Ньютона). Земля с хорошей точностью ИСО; любая система, движущаяся относительно неё с $\vec{a} = \vec{0}$, — тоже.

Факт 1

Второй закон Ньютона. В ИСО для материальной точки

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{R}.$$

Ускорение смотрит туда же, куда равнодействующая $\vec{R}$, — а не туда, куда скорость.

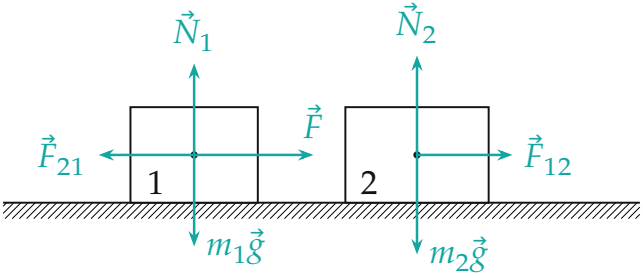
Третий закон Ньютона. Тела действуют друг на друга силами одной природы, равными по модулю и противоположными: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ ($\vec{F}_{21}$ — сила, с которой тело 2 действует на тело 1). Эти силы приложены к

разным телам и друг друга не уравновешивают.

Силы, которые встречаются в задачах:

- тяжести $m\vec{g}$ — вертикально вниз;
- натяжение нити $\vec{T}$ — вдоль нити, от тела; у невесомой нити без трения о блоки натяжение одно и то же по всей длине;
- реакция опоры $\vec{Q} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$: $\vec{N}$ — перпендикулярно поверхности, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — вдоль неё (см. пособие «Сила трения»);
- упругости пружины kx — против деформации (см. пособие «Сила упругости»).

Слово «вес» не используем: непонятно, что за ним стоит. Говорим «сила, с которой тело давит на опору» — по третьему закону Ньютона она равна N.



Брусок 1 толкают силой $\vec{F}$, он давит на брусок 2. Тела нарисованы отодвинутыми, силы на каждое — от его точки.

Факт 2

Второй закон Ньютона для системы тел. Сложим законы для всех тел системы. Внутренние силы (между телами системы) по третьему закону Ньютона попарно сокращаются, остаются только внешние:

$$\vec{R}_{\text{внеш}} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \ldots$$

Если ускорения тел одинаковы, справа $(m_1 + m_2 + \ldots)\vec{a}$.

Методы

Метод 1

Второй закон Ньютона по шагам. Когда применять: «найдите ускорение», «силу натяжения», «с какой силой давит» — почти любая задача динамики.

1. Словами: что происходит, какие тела, куда могут поехать.
2. Все силы на *каждое* тело отдельно; тела на рисунке чуть отодвинуты друг от друга. Про каждую силу ответьте: со стороны какого тела она действует?
3. Второй закон Ньютона для каждого тела векторно — пока ничего не проецируем.
4. Оси — где удобно: вдоль ускорения и поперёк него. Направление ускорения неизвестно — пишем проекцию a_x со знаком, знак ответа скажет, куда оно смотрит.
5. Считаем уравнения и неизвестные. Не хватает — ищем связь: третий закон Ньютона, нерастяжимость нити (см. пособие «Нити и блоки»), закон Гука.

Пример. Человек массы m стоит на весах в лифте, который разгоняется вверх с ускорением a. На человека действуют $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ от весов. Ось y вверх: $ma = N - mg$, откуда $N = m(g + a)$. Весы показывают силу, с которой человек давит на них, — по третьему закону Ньютона это тоже $m(g + a)$, больше mg.

Метод 2

Система тел и разрез. Когда применять: несколько тел движутся с одним ускорением (связаны нитью, толкают друг друга, груз с канатом), а спрашивают общее ускорение или силу между частями.

1. Общее ускорение — из второго закона Ньютона для всей системы: силы между телами внутренние и в него не входят.
2. Сила между частями — «разрежем» систему в этом месте и запишем второй закон Ньютона для одной части. Для неё искомая сила уже внешняя.
3. Берём ту часть, на которую действует меньше неизвестных сил.

Пример (рисунок выше, стол гладкий). Система «1 + 2»: по горизонта-

ли действует только $\vec{F}$, поэтому $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2}$. Сила между брусками: на брусок 2 по горизонтали действует одна $\vec{F}_{12}$, и $F_{12} = m_2 a = \dfrac{m_2 F}{m_1 + m_2}$. Через брусок 1 получится то же, но с двумя силами.

Метод 3

«Сразу после». Когда применять: «нить пережгли», «стропу перерезали», «найдите ускорение сразу после».

1. До события тела покоятся — из второго закона Ньютона находим все силы.
2. Решаем, какие силы изменятся мгновенно. Перерезанная нить — её силы больше нет. Натяжение целой нерастяжимой нити и реакция опоры подстраиваются мгновенно: их ищем заново. Сила пружины kx скачком не меняется: тела ещё не сдвинулись, деформация прежняя. Сила тяжести прежняя.
3. Скорости в первый момент такие же, как были (обычно нулевые). Тело на нити начинает двигаться по окружности, и нормальное ускорение $v^2/l = 0$: ускорение перпендикулярно нити. Удобная ось — вдоль нити.
4. Второй закон Ньютона для момента сразу после.

Частые ошибки

Частая ошибка

Рисовать силу, которой нет: «силу движения», «силу инерции», $m\vec{a}$ как одну из сил. Каждая сила действует со стороны какого-то тела; $m\vec{a}$ — не сила, а результат действия всех сил.

Частая ошибка

Забыть силу: натяжение второго отрезка нити, перекинутой через блок, давление верхнего бруска на нижний, силу Архимеда в жидкости. Проверка — перечислите все тела, которые касаются данного, плюс Земля.

Частая ошибка

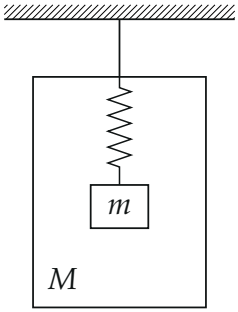
Складывать силы третьего закона Ньютона, как будто они уравновешивают друг друга. Они приложены к разным телам: лошадь тянет телегу с той же силой, что телега — лошадь, но в уравнение для телеги входит только одна из них.

Частая ошибка

Писать $N = mg$ или $T = mg$ «по умолчанию». Это верно только без ускорения и без других вертикальных сил; в лифте, разгоняющемся вверх, $N = m(g + a)$.

Разобранные примеры

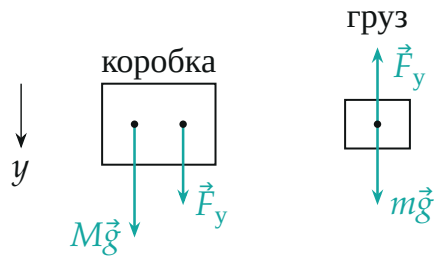
Пример 1. [МОШ 2007/08, заключительный этап, 9 кл.] Коробка массой M подвешена на нитке к потолку комнаты. Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой m. Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно g.



▲ **Решение. Что происходит.** Пока нить цела, всё покоится. Пережгли нить — исчезает её сила, а сила пружины остаётся прежней: тела ещё не успели сдвинуться, деформация та же (метод 3). Ось y направим вниз.

1. До пережигания. Пружина действует на груз силой $\vec{F}_y$ вверх, на коробку — такой же по модулю силой вниз (пружина лёгкая). Второй закон Ньютона для груза в покое: $0 = mg - F_y$, то есть $F_y = mg$.

2. Сразу после. На груз по-прежнему действуют $m\vec{g}$ и $\vec{F}_{\text{у}}$, на коробку — $M\vec{g}$ и $\vec{F}_{\text{у}}$ вниз, а нити больше нет.



Силы сразу после пережигания; нити уже нет.

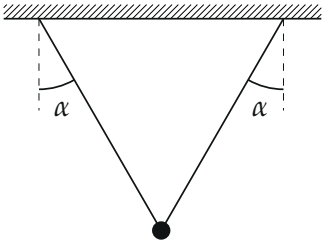
Второй закон Ньютона в проекциях на y:

$$\text{груз: } ma = mg - F_{\text{у}} = 0, \qquad \text{коробка: } MA = Mg + F_{\text{у}} = (M+m)g.$$

Проверка. Размерность верна. Предел $m \to 0$: $A \to g$ — пустая коробка просто падает. Второй способ — второй закон Ньютона для системы «коробка + груз»: внешняя сила одна, $(M+m)g$, и $(M+m)g = MA + m\cdot 0$ — то же самое. Коробка падает быстрее g: растянутая пружина тянет её вниз.

Ответ. Ускорение груза 0; ускорение коробки $A = \dfrac{M+m}{M}\,g$, вниз.

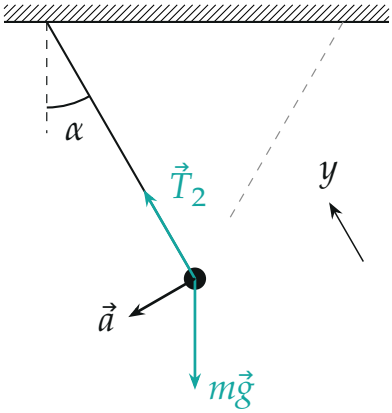
Пример 2. [«Шаг в будущее» 2016/17, заключительный этап, 10 кл.] При испытании парашютной системы груз подвесили на двух стропах так, что стропы составили с вертикалью одинаковые углы α. Натяжение каждой стропы $T_1 = 2000$ Н. Затем одну из строп перерезали. В этот момент натяжение другой стропы возросло до $T_2 = 3000$ Н. Определите угол α. Размерами груза пренебречь, стропы невесомые и нерастяжимые.



▲ **Решение. Что происходит.** До разреза груз висит в равновесии. В момент разреза его скорость ещё равна нулю, и он начинает двигаться по окружности вокруг точки подвеса оставшейся стропы. Натяжение стропы подстраивается мгновенно, поэтому ищем его заново из второго закона Ньютона (метод 3). Обозначим m массу груза.

1. Равновесие. Второй закон Ньютона при $\vec{a} = \vec{0}$ в проекции на вертикаль: $2T_1 \cos\alpha - mg = 0$, то есть $mg = 2T_1 \cos\alpha$.

2. Сразу после разреза. На груз действуют $m\vec{g}$ и $\vec{T}_2$. Скорость $v = 0$, значит, нормальное ускорение $v^2/l = 0$ и $\vec{a}$ перпендикулярно стропе. Ось y — вдоль стропы к точке подвеса: на неё ускорение не проецируется.



Сразу после разреза: ускорение перпендикулярно стропе.

Второй закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{T}_2 + m\vec{g}$ в проекции на y:

$$0 = T_2 - mg\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad T_2 = mg\cos\alpha = 2T_1\cos^2\alpha.$$

Отсюда

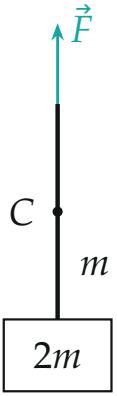
$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{T_2}{2T_1}} = \sqrt{\frac{3000}{4000}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad \alpha = 30^\circ.$$

Проверка. Под корнем — отношение сил, безразмерно. Знак и величина: $mg = 2T_1\cos 30^\circ \approx 3460$ Н, и $T_1 < T_2 < mg$ — одна стропа держит больше, чем каждая из двух, но меньше всей силы тяжести: груз

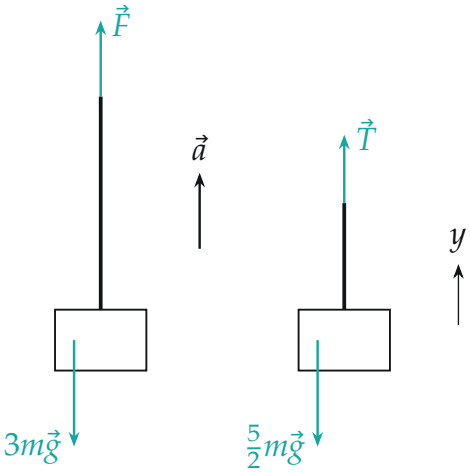
ещё и разгоняется. Предел $\alpha \to 0$: $T_2 \to 2T_1 = mg$ — вертикальная стропа сразу берёт на себя весь груз.

Ответ. $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{T_2}{2T_1}}$, $\alpha = 30°$.

Пример 3. [Физтех 2014/15, заключительный этап, 10 кл.] Груз поднимают с некоторым ускорением, направленным вертикально вверх, прикладывая силу $F = 24$ Н к привязанному к грузу массивному однородному канату. Масса груза в 2 раза больше массы каната. Найдите силу натяжения каната в его середине.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Канат массивный, поэтому натяжение вдоль него разное: верхние куски разгоняют не только груз, но и нижние куски каната. Ускорение у всех частей одно. Его даст система целиком, а натяжение в середине C — «разрез» в точке C (метод 2). Масса каната m, груза $2m$, ось y вверх.



вся система груз и низ каната

1. Вся система «груз + канат». Внешние силы — $\vec{F}$ и тяжесть $3m\vec{g}$; натяжения внутри каната внутренние. Второй закон Ньютона в проекции на y:

$$F - 3mg = 3ma \quad \Rightarrow \quad m(g+a) = \frac{F}{3}.$$

2. Разрез в середине. Возьмём груз и нижнюю половину каната, масса $2m + \frac{m}{2} = \frac{5}{2}m$. Сверху на неё действует верхняя половина силой $\vec{T}$ — для этой части она внешняя:

$$T - \frac{5}{2}mg = \frac{5}{2}ma \quad \Rightarrow \quad T = \frac{5}{2}m(g+a) = \frac{5}{6}F = 20\,\text{Н}.$$

Проверка. Размерность — сила. Предел: канат лёгкий — натяжение везде равно F; у нас натяжение растёт снизу вверх от $2m(g+a) = \frac{2}{3}F$ у груза до F сверху, и в середине $\frac{5}{6}F$ — ровно посередине, потому что масса каната распределена равномерно. Ответ не зависит от g и a: та же доля F и в невесомости.

Ответ. $T = \frac{5}{6}F = 20$ Н.

Как решать листок

Сложность 1–3 (лифт, весы, «с какой силой давит на стол») — метод

1, оси вдоль ускорения. Несколько тел с одним ускорением, нити между брусками, канаты — метод 2. «Пережгли», «перерезали», «сразу после» — метод 3. Задачи с блоками и разными ускорениями тел — вместе с пособием «Нити и блоки».