# Уравнение состояния

**После пособия вы сможете**

- записывать уравнение Менделеева — Клапейрона «было — стало» для каждой порции газа и сокращать неизвестное делением;
- связывать давления газов через второй закон Ньютона для поршня и столба жидкости;
- решать задачи о сосудах, соединённых трубкой, о перегородках и смесях — через сохранение количества вещества и закон Дальтона;
- узнавать газовые законы как частные случаи уравнения состояния.

## Теория кратко

Количество вещества $\nu = \dfrac{N}{N_A} = \dfrac{m}{\mu}$, где $\mu$ — молярная масса. Температура в газовых формулах — только абсолютная: $T = t + 273$, причём $\Delta T = \Delta t$. Идеальный газ — модель, в которой не учитывают ни взаимодействие молекул, ни их размеры.

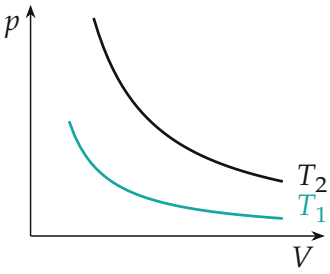
**Факт 1**

Уравнение Менделеева — Клапейрона:

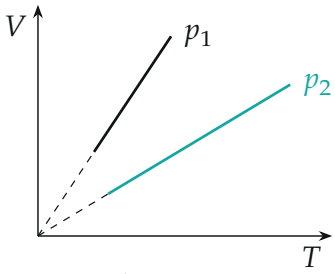
$$pV = \nu RT = \frac{m}{\mu}RT, \qquad \rho = \frac{p\mu}{RT}, \qquad p = nkT,$$

$R = N_A k \approx 8{,}31$ Дж/(моль · К) — её на олимпиадах обычно не дают, её надо помнить.

Если газ не входит и не выходит ($\nu = \text{const}$), то $\dfrac{pV}{T} = \text{const}$, а при постоянстве ещё одного параметра — газовые законы: $pV = \text{const}$ при $T = \text{const}$ (Бойль — Мариотт), $V/T = \text{const}$ при $p = \text{const}$ (Гей-Люссак), $p/T = \text{const}$ при $V = \text{const}$ (Шарль). Учить их отдельно не нужно: все они — одно уравнение состояния.




изотермы, $T_2 > T_1$




изобары, $p_2 > p_1$

*Изотермы — гиперболы, чем выше, тем горячее. Изобары в осях $V$, $T$ — прямые через начало координат (пунктир: к $T = 0$ газ не доходит), чем круче, тем меньше давление.*

**Факт 2**

Закон Дальтона. Давление смеси равно сумме парциальных давлений: $p = p_1 + p_2 + \ldots$, где $p_i$ — давление, которое создавал бы $i$-й газ, один занимая весь доступный ему объём при той же температуре. Сложив уравнения состояния компонент, получаем уравнение для смеси: $pV = (\nu_1 + \nu_2 + \ldots)RT$. Складываются количества вещества, а не молярные массы: $\mu_{\text{см}} = \dfrac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}$.

## Методы

### Метод 1

**«Было — стало» для каждого газа.** Когда применять: всегда — это первое, что можно написать в любой задаче на газ.

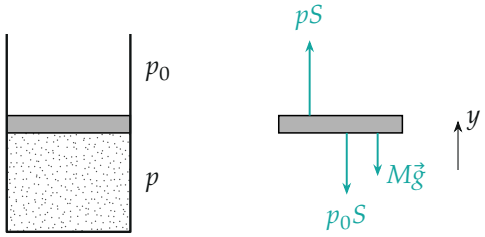
1. Выделите порции газа: каждая — в своём отсеке, со своим $\nu$. Газ, который куда-то перетечёт, — тоже отдельная порция.
2. Для каждой порции запишите уравнение Менделеева — Клапейрона в начальном и конечном состояниях (только равновесных: сам процесс может быть каким угодно быстрым).
3. Отметьте, что не меняется: $\nu$ (сосуд закрыт), $V$ (жёсткий баллон), $T$ (стекло, комната, «медленно»).
4. Делите уравнения друг на друга: $R$ и всё постоянное сокращается. Неизвестных больше, чем уравнений, — ищите связь в усло-

вии: поршень, жидкость, общий объём.

### Метод 2

**Поршень или столб жидкости: второй закон Ньютона.** Когда применять: «поршень», «столбик ртути», «перевернули сосуд», «массивный», «на пружине».

1. Нарисуйте поршень отдельно и все силы на него: давление газа снизу $pS$, давление сверху (атмосфера $p_0S$ или другой газ), $Mg$, пружина, давление столба жидкости $\rho gh$.
2. Второй закон Ньютона векторно, потом в проекции; в равновесии сумма проекций равна нулю. Горизонтальный поршень без трения — давления по обе стороны равны.
3. Неизвестную массу поршня или атмосферу убирайте вычитанием уравнений «было» и «стало».
4. Объёмы выражайте через высоты: $V = Sh$, сумма высот отсеков постоянна.




*Поршень — отдельно: y: $pS - p_0S - Mg = 0$, то есть $p = p_0 + Mg/S$.*

Давление «$H$ мм рт. ст.» — это давление столба ртути, $p_0 = \rho gH$. Если газ заперт ртутью, все давления удобно мерить в миллиметрах ртути: плотность сокращается.

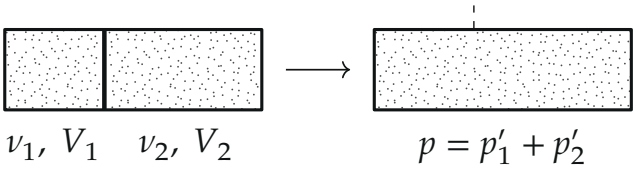
### Метод 3

**Несколько сосудов, кран, перегородка: считаем количество вещества.** Когда применять: «соединены тонкой трубкой», «открыли кран», «убрали перегородку», «перегородка пропускает гелий», «газ просачивается».

1. Сосуды соединены и газ не течёт — давление в них одно, даже

если температуры разные. Концентрации при этом разные: $n = p/kT$.

2. Газ только перераспределяется — сохраняется *сумма* количеств вещества: $\sum \dfrac{p_i V_i}{RT_i} = \text{const}$.
3. Перегородку убрали или она пропускает газ — этот газ займёт весь доступный ему объём. Его парциальное давление — из его уравнения состояния, полное — по закону Дальтона.




*Перегородку убрали: каждый газ занял весь объём, $p_1'(V_1 + V_2) = \nu_1 RT$, $p_2'(V_1 + V_2) = \nu_2 RT$.*

## Частые ошибки

### Частая ошибка

Подставить температуру в градусах Цельсия. В $pV = \nu RT$ и во всех отношениях вида $T_2/T_1$ — только кельвины: «нагрели от 0 до 27°C» — это в 1,1 раза, а не «в бесконечность».

### Частая ошибка

Забыть атмосферу или вес поршня. Снаружи поршня воздух, он тоже давит; атмосферу не учитывают, только если это прямо сказано. Нужна, а не дана, — берите $p_0 \approx 10^5$ Па.

### Частая ошибка

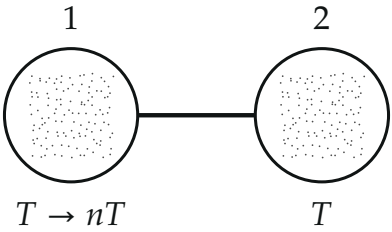
«Сосуды соединены — значит, концентрации (плотности) равны». Равны давления. При разных температурах концентрации разные. И наоборот: неподвижная перегородка выдерживает разность давлений, равенства давлений по обе её стороны нет.

**Частая ошибка**

Складывать молярные массы газов смеси или путать граммы на моль с килограммами на моль. Для смеси складываются массы и количества вещества.

## Разобранные примеры

**Пример 1.** [Физтех 2025/26, отборочный этап, 10 кл.] В двух одинаковых баллонах, соединённых тонкой трубкой, находится идеальный газ. В первом баллоне абсолютную температуру увеличивают в $n = 2{,}0$ раза, во втором её поддерживают прежней. На сколько процентов уменьшится число молекул газа в первом баллоне?




▲ **Решение. Что происходит.** Первый баллон нагревают — газ из него частично перетекает во второй. Трубка тонкая, но в равновесии газ по ней не течёт, поэтому давление в баллонах одно и то же; общее количество газа не меняется (метод 3).

**Обозначения.** $V$ — объём баллона, $p$ и $\nu$ — давление и количество газа в каждом баллоне вначале, $p'$ — общее давление в конце, $\nu_1$, $\nu_2$ — количества газа в баллонах в конце.

**1. Уравнение Менделеева — Клапейрона.** Было (в каждом баллоне): $pV = \nu RT$. Стало: $p'V = \nu_1 R \cdot nT$, $p'V = \nu_2 RT$. Делим два последних: $\nu_2 = n\nu_1$.

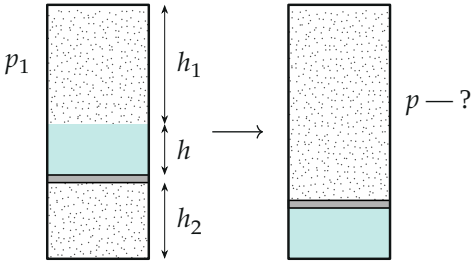
**2. Сохранение количества вещества.** Газ никуда не ушёл: $\nu_1 + \nu_2 = 2\nu$. Отсюда

$$\nu_1 = \frac{2\nu}{n+1}, \qquad \delta = \frac{\nu - \nu_1}{\nu} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%.$$

**Проверка.** Безразмерно. При $n = 1$ ничего не перетекает, $\delta = 0$; при $n \to \infty$ первый баллон почти пустеет, $\delta \to 1$. Давление при этом выросло: $p' = \dfrac{2n}{n+1}p = \dfrac{4}{3}p$. Концентрации в баллонах разные — равны только давления.

**Ответ.** $\delta = \dfrac{n-1}{n+1} \approx 33\,\%$.

**Пример 2.** [Росатом 2021/22, заключительный этап, 11 кл.] В запаянном вертикальном цилиндрическом сосуде находится тонкий невесомый поршень, на который налит слой воды толщиной $h$. В равновесии крышка сосуда находится на высоте $h_1$ от поверхности воды, поршень — на высоте $h_2$ от дна сосуда, а давление воздуха над слоем воды равно $p_1$. Из-за неплотных контактов поршня со стенками сосуда вода просачивается вниз, а воздух наверх. Каким будет давление воздуха в сосуде, когда вся вода просочится? Температура постоянна, плотность воды $\rho$.




▲ **Решение.** **Что происходит.** Вода медленно уходит вниз, воздух — вверх; в конце весь воздух над поршнем, который лежит на воде. Температура постоянна, воздух из сосуда не выходит. Ход просачивания не нужен: хватит начального и конечного состояний. Неизвестно давление воздуха под поршнем — его даст поршень (метод 2), а две порции воздуха сольются в одну (метод 3).

**Обозначения.** $S$ — площадь сечения. Воздух над водой: $p_1$, $V_1 = Sh_1$, $\nu_1$. Воздух под поршнем: $p_2$, $V_2 = Sh_2$, $\nu_2$. В конце — давление $p$.

**1. Второй закон Ньютона для поршня.** Поршень невесомый и покоится: сверху на него давит вода с давлением $p_1 + \rho gh$ (воздух плюс

столб воды), снизу — воздух. В проекции на вертикаль

$$p_2 S - (p_1 + \rho g h) S = 0 \quad \Rightarrow \quad p_2 = p_1 + \rho g h.$$

**2. Уравнение Менделеева — Клапейрона, было.** $p_1 V_1 = \nu_1 RT$, $p_2 V_2 = \nu_2 RT$.

**3. Стало.** Вода несжимаема: её объём $Sh$ просто переместился вниз, и весь воздух занимает $V_1 + V_2 = S(h_1 + h_2)$. Количество воздуха сохранилось:

$$p\,(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2) RT.$$

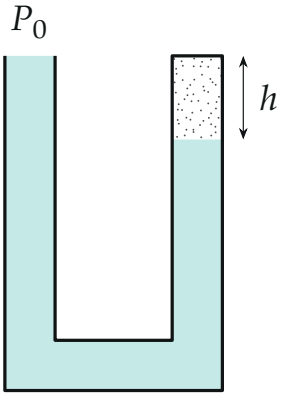
**4. Решаем.** Подставим $\nu_1$, $\nu_2$ из п. 2 — $RT$ сократится:

$$p = \frac{p_1 h_1 + p_2 h_2}{h_1 + h_2} = p_1 + \rho g h \, \frac{h_2}{h_1 + h_2}.$$

**Проверка.** Размерность: $\rho g h$ — давление. Пределы: $h_2 \to 0$ (воздуха внизу не было) — $p = p_1$; $h_1 \to 0$ — весь воздух был внизу, $p = p_2$. Конечное давление — среднее $p_1$ и $p_2$, взвешенное по объёмам. Второй способ — Дальтон: каждая порция изотермически расширяется до $V_1 + V_2$ и даёт парциальное давление $p_i V_i/(V_1 + V_2)$; сумма та же.

**Ответ.** $p = \dfrac{p_1 h_1 + (p_1 + \rho g h) h_2}{h_1 + h_2} = p_1 + \rho g h \, \dfrac{h_2}{h_1 + h_2}.$

**Пример 3.** [ВсОШ 2006/07, окружной этап, 11 кл.] Одно колено высокой симметричной U-образной трубки с площадью сечения $S$ открыто в атмосферу, а второе наглухо закрыто. Трубка заполнена жидкостью плотностью $\rho$: в открытом колене уровень доходит до краёв, а в закрытом — на $h$ ниже из-за оставшегося под крышкой воздуха. Трубку нагревают от комнатной температуры $T_1$ до температуры $T_2$ кипения жидкости при атмосферном давлении $P_0$. Найдите объём $\Delta V$ жидкости, вылившейся из открытого колена к моменту закипания, если уровень жидкости в закрытом колене остался выше горизонтального участка трубы. Испарением из открытого колена и давлением насыщенных паров жидкости при комнатной температуре пренебречь.




▲ **Решение. Что происходит.** Воздух под крышкой нагревается, расширяется и вытесняет жидкость: в закрытом колене уровень опускается на $x$, а из открытого жидкость переливается через край — там уровень так и остаётся у края. Ключевые слова — «к моменту закипания». Жидкость кипит при $P_0$, значит, при $T_2$ давление её насыщенного пара равно $P_0$. Под крышкой над жидкостью теперь смесь воздуха и насыщенного пара, и по закону Дальтона давление там $p_в + P_0$.

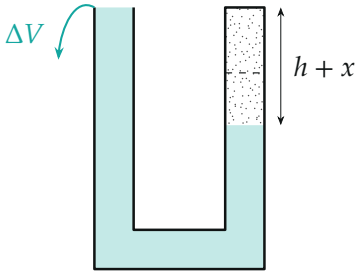
**Обозначения.** $p_1$, $p_2$ — давление воздуха (только воздуха) в начале и в момент закипания; столб воздуха $h$, потом $h + x$; $\Delta V = Sx$.

**1. Давление столба жидкости, было.** Уровень в открытом колене выше на $h$, жидкость покоится, поэтому давление на уровне жидкости в закрытом колене $p_1 = P_0 + \rho g h$.

**2. Стало.** Разность уровней $h + x$, давление под крышкой — воздух плюс пар:

$$p_2 + P_0 = P_0 + \rho g(h + x) \quad \Rightarrow \quad p_2 = \rho g(h + x).$$

Обратите внимание: без пара получилось бы $p_2 = P_0 + \rho g(h + x)$ и совсем другой ответ.




*К моменту закипания: под крышкой воздух и насыщенный пар, пунктир — прежний уровень.*

**3. Уравнение Менделеева — Клапейрона для воздуха.** Воздуха столько же:

$$\frac{p_1\,hS}{T_1}=\frac{p_2\,(h+x)S}{T_2}\quad\Rightarrow\quad(h+x)^2=\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{(P_0+\rho gh)\,h}{\rho g}.$$

**4. Ответ.** Берём положительный корень:

$$h+x=h\sqrt{\frac{T_2}{T_1}\Big(1+\frac{P_0}{\rho gh}\Big)},$$

$$\Delta V=Sx=Sh\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}\Big(1+\frac{P_0}{\rho gh}\Big)}-1\right).$$

**Проверка.** Под корнем безразмерно, ответ — объём. Знак: $T_2>T_1$ и $1+P_0/(\rho gh)>1$, поэтому $\Delta V>0$ — жидкость действительно выливается. Пар «помогает» воздуху: давление воздуха падает от $P_0+\rho gh$ до $\rho g(h+x)$, и воздух расширяется гораздо сильнее, чем от одного нагрева.

**Ответ.** $\Delta V=Sh\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}\Big(1+\frac{P_0}{\rho gh}\Big)}-1\right)$.

## Как решать листок

Сложность 1–3 — метод 1: одно уравнение «было — стало» и деление. Поршни, ртуть, перевёрнутые сосуды — метод 2 вместе с методом 1. Краны, трубки, перегородки и смеси — метод 3: давление одно, количество вещества сохраняется в сумме, Дальтон.