Количество теплоты, уравнение теплового баланса

После пособия вы сможете

- находить количество теплоты при нагревании и охлаждении тела;
- составлять уравнение теплового баланса «отдали = получили» для нескольких тел и нескольких опытов;
- выяснять, какое конечное состояние наступит, — расчётом и по графику $t(Q)$;
- находить неизвестные теплоёмкости через их отношения, когда опытов несколько.

Теория кратко

Чтобы нагреть тело на Δt без изменения агрегатного состояния, ему нужно передать количество теплоты

$$Q = cm\Delta t = C\Delta t,$$

где c — удельная теплоёмкость вещества, Дж/(кг · °C), а $C = cm$ — теплоёмкость тела, Дж/°C. Остывая на Δt, тело отдаёт столько же. Разность температур в градусах Цельсия и в кельвинах одна и та же.

Определение 1

Договоримся о знаках: Q — *положительное* количество полученной или отданной теплоты, а Δt — разность большей и меньшей температур, $\Delta t > 0$.

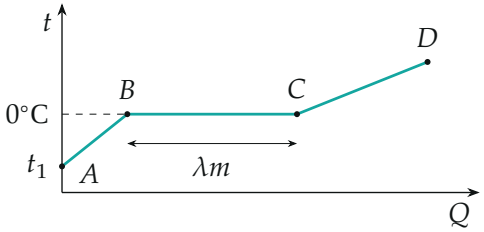
Факт 1

Уравнение теплового баланса. Если система теплоизолирована (калориметр, «теплообменом с окружающей средой пренебречь»), то сколько теплоты одни тела отдали, столько другие получили:

$$\sum Q_{\text{отд}} = \sum Q_{\text{пол}}.$$

Это закон сохранения энергии: внутренняя энергия всей системы не меняется.

Когда меняется агрегатное состояние, температура стоит на месте, а теплота всё равно идёт: на плавление массы m нужно λm, на кипение — Lm; при кристаллизации и конденсации столько же выделяется. Сгорая, топливо массы m даёт qm. На графике температуры от подведённой теплоты наклонный участок — нагрев (чем больше теплоёмкость, тем он положе: $\Delta t = Q/C$), горизонтальный — переход.



Лёд массы m нагревают от $t_1 < 0°C$: AB — нагрев льда, BC — плавление, CD — нагрев воды. У воды удельная теплоёмкость вдвое больше, чем у льда, — участок CD положе.

Методы

Метод 1

Отдали = получили. Когда применять: «смешали», «опустили в калориметр», «привели в тепловой контакт», «теплообменом с окружающей средой пренебречь».

1. Перечислите *все* тела, которые участвуют в теплообмене, с их начальными температурами: вода, сосуд, шарики, уже лежащие в воде.
2. Решите, каким будет конечное состояние (метод 3), и отметьте, кто остывает, а кто нагревается.
3. Для каждого тела запишите положительную теплоту $C(t_{\text{больш}} - t_{\text{меньш}})$; если есть переход — добавьте λm или Lm на нужную сторону.
4. Приравняйте отданное полученному и выразите неизвестное.

Пример. Тело с теплоёмкостью C_1 при t_1 привели в контакт с телом C_2 при $t_2 < t_1$. Первое остывает до θ, второе нагревается до θ:

$$C_1(t_1 - \theta) = C_2(\theta - t_2) \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2}.$$

Конечная температура — среднее температур, взвешенное по теплоёмкостям; она всегда между t_2 и t_1. Вышла за эти пределы — ищите ошибку.

Метод 2

Сумма изменений равна нулю. Когда применять: тел много и неясно, кто греется; воду переливают туда и обратно, а конечное состояние известно.

1. Для каждого тела запишите изменение $C_i(t_{i\,\text{кон}} - t_{i\,\text{нач}})$ — «конечная минус начальная», *со знаком*.
2. Внутренняя энергия системы не изменилась: сумма изменений равна нулю. Знак слагаемого сам скажет, кто отдал теплоту, а кто получил, — как проекция.
3. Записывайте это для всей системы от самого начала до самого конца: промежуточные стадии не нужны, если известно, где в конце какая масса и при какой температуре.

Для трёх тел, пришедших к общей температуре: $C_1(\theta - t_1) + C_2(\theta - t_2) + C_3(\theta - t_3) = 0$, откуда $\theta = \dfrac{C_1 t_1 + C_2 t_2 + C_3 t_3}{C_1 + C_2 + C_3}$, и разбирать, кто греется, не пришлось.

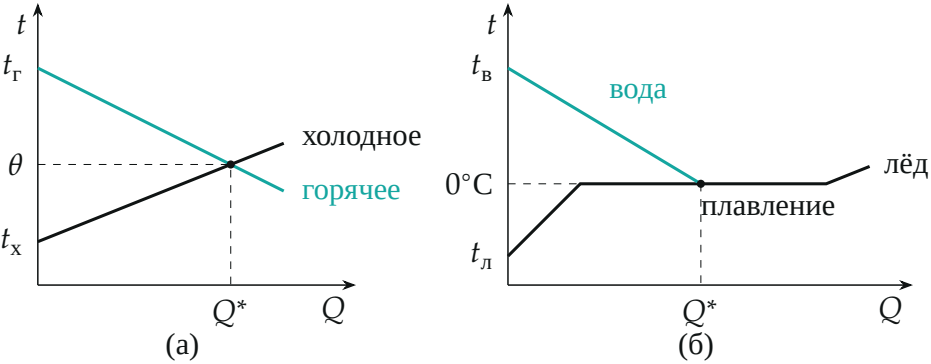
Метод 3

Какое конечное состояние? Предположить и проверить. Когда применять: возможен переход (лёд, пар, расплав), вода может выливаться, конечная температура не дана.

1. Выберите ключевую температуру — температуру перехода (для льда 0°C).
2. Посчитайте, сколько теплоты отдадут горячие тела, остыв до неё, — $Q_{\max}$, и сколько нужно холодным, чтобы до неё нагреться, — Q_1, а чтобы пройти переход целиком, — $Q_1 + \lambda m$.

3. Сравните. $Q_{max} < Q_1$ — переход не начнётся; $Q_1 \le Q_{max} \le Q_1 + \lambda m$ — конечная температура равна температуре перехода, переход прошёл частично; $Q_{max} > Q_1 + \lambda m$ — переход завершился, конечная температура выше.
4. Только теперь пишите баланс для выбранного случая. Получилось противоречие с предположением — оно неверно, берите другой случай.

То же на графике. Нарисуем на одних осях температуру горячего тела от *отданной* теплоты и холодного — от *полученной*. Отдано столько же, сколько получено, поэтому конечное состояние — точка пересечения графиков.



(а) Переходов нет: графики пересекаются на наклонных участках, $t_х < \theta < t_г$. (б) Вода остыла до 0°C, пока лёд ещё плавится: конечная температура 0°C, лёд растаял частично — та доля, какую часть площадки прошли до Q^*.

Метод 4

Несколько опытов: отношения теплоёмкостей. Когда применять: «такой же шарик», «деталь переносят в следующий сосуд», масс и теплоёмкостей нет, а равновесных температур дано несколько.

1. Каждый контакт — свой баланс, от его начала до его конца. Тела, оставшиеся в сосуде, начинают следующий опыт с прежней конечной температурой.
2. Неизвестные теплоёмкости войдут только отношениями: найдите их из первого опыта.

3. Считайте уравнения и неизвестные: не хватает — ищите ещё слово условия, которым не воспользовались.

Пример. Горячую деталь (теплоёмкость C) переносят из сосуда в сосуд с маслом (теплоёмкость C_0, температура t_0); масло нагревается на Δt_1, потом на Δt_2. Деталь входит во второй сосуд горячее масла как раз на Δt_1, поэтому $C(\Delta t_1 - \Delta t_2) = C_0 \Delta t_2$, то есть $\Delta t_2 = k\Delta t_1$, где $k = \dfrac{C}{C + C_0}$. В третьем сосуде $\Delta t_3 = k\Delta t_2 = \Delta t_2^2 / \Delta t_1$: разности убывают в одно и то же число раз.

Частые ошибки

Частая ошибка

Смешать две записи в одном уравнении: слева и справа положительные теплоты, но одна из них записана как $C(\theta - t)$. Знак теряется, и ответ выходит вне промежутка между начальными температурами. Либо «отдали = получили» с положительными Q (метод 1), либо сумма изменений со знаком (метод 2).

Частая ошибка

Забыть тело. Сосуд-калориметр, если дана его теплоёмкость; шарики, которые уже лежат в воде и снова нагреваются вместе с ней; талая вода, которую нужно ещё нагреть от 0°C.

Частая ошибка

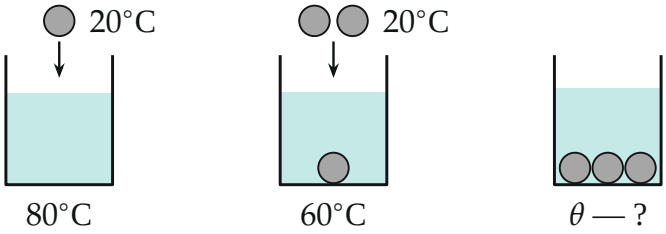
Записать баланс для неверного конечного состояния: «весь лёд растаял» — а конечная температура вышла ниже нуля; «часть растаяла» — а растаявшая масса больше всей массы льда. Это сигнал: предположение неверно, вернитесь к методу 3.

Частая ошибка

Путать теплоёмкость тела C (Дж/°C) и удельную c (Дж/(кг · °C)). Если дано «теплоёмкость шарика 200 Дж/°C», на массу умножать не нужно. Проверяйте единицы.

Разобранные примеры

Пример 1. [МОШ 2011/12, отборочный этап, 9 кл.] В стакане находится некоторое количество воды, нагретой до температуры 80°C. Когда в стакан кладут металлический шарик, имеющий температуру 20°C, в стакане устанавливается температура 60°C. Какая температура установится в стакане, после того как в него опустят ещё два таких же шарика, имеющих температуру 20°C? Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

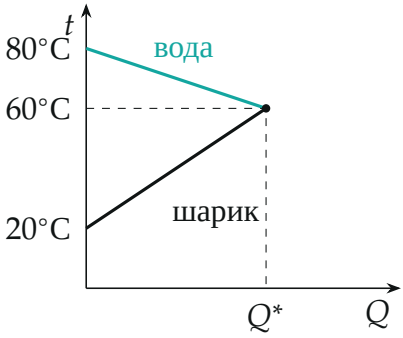


▲ **Решение. Что происходит.** Ни масс, ни теплоёмкостей нет, зато первый опыт даёт их отношение — метод 4. Во втором опыте остывают вода и первый шарик, оба от 60°C, а нагреваются два новых шарика.

Обозначения. $C_в$ — теплоёмкость воды (вместе со стаканом, если он участвует в теплообмене: ответ от этого не зависит), C — теплоёмкость шарика, θ — искомая температура.

1. Первый опыт. Уравнение теплового баланса: вода отдала столько, сколько получил шарик,

$$C_в(80-60) = C(60-20) \quad \Rightarrow \quad C_в = 2C.$$



Первый опыт на графике $t(Q)$: за одну и ту же теплоту Q^* вода остыла на $20°$, шарик нагрелся на $40°$ — у воды теплоёмкость вдвое больше.

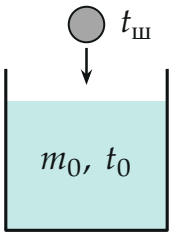
2. Второй опыт. Остывают вода и первый шарик (теплоёмкость $C_в + C = 3C$), нагреваются два шарика ($2C$). Уравнение теплового баланса:

$$3C(60-\theta) = 2C(\theta - 20) \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{180+40}{5} = 44°\text{C}.$$

Проверка. $20 < 44 < 60$ — температура между начальными. Второй способ — метод 2 для всей истории сразу: вода от $80°$C и три шарика от $20°$C пришли к общей температуре, $\theta = \dfrac{C_в \cdot 80 + 3C \cdot 20}{C_в + 3C} = \dfrac{160+60}{5} = 44°$C. Неважно, кладут шарики по одному или все сразу: конечная температура та же.

Ответ. $\theta = 44°$C.

Пример 2. [ВсОШ 2024/25, региональный этап, 8 кл.] В теплоизолированном сосуде находится $m_0 = 200$ г воды при температуре $t_0 = 20°$C. В воду опускают шарик с теплоёмкостью $C_ш = 200$ Дж/°C и температурой $t_ш = 98°$C. После установления теплового равновесия температура в сосуде $t_1 = 35°$C. Когда в сосуд, не вынимая первый шарик, опустили второй такой же шарик с той же температурой, установилась температура $t_2 = 47°$C. Не вынимая двух шариков, в сосуд помещают ещё один такой же. Определите температуру t_3 теплового равновесия. Время опускания шарика намного меньше времени установления равновесия. Удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг · °C), материала шариков $c = 500$ Дж/(кг · °C), плотность шариков $\rho_ш = 7800$ кг/м^3, воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Теплоёмкостью сосуда пренебречь.



▲ **Решение. Что происходит.** Каждый новый шарик горячее всего, что в сосуде, и греет воду вместе с прежними шариками. Плотности даны не просто так: вода может выливаться. Шарик опускают быстро — вытесненная вода выливается сразу, при прежней температуре, и дальше в теплообмене не участвует. Будем предполагать, что вода не выливается, и проверять (метод 3).

Обозначения. Теплоёмкость воды $C_0 = c_в m_0 = 840$ Дж/°C.

1. Первый шарик. Уравнение теплового баланса: $C_0(t_1 - t_0) = 840 \cdot 15 = 12\,600$ Дж, $C_ш(t_ш - t_1) = 200 \cdot 63 = 12\,600$ Дж — сходится, вода не выливалась.

2. Второй шарик. Если бы вода не выливалась, нагревались бы вода и первый шарик:

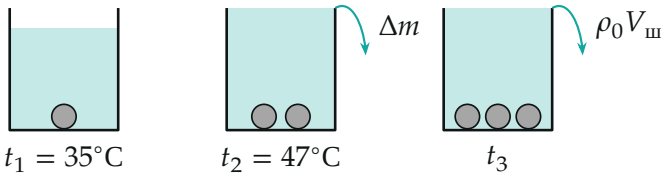
$$(C_0 + C_ш)(\theta - t_1) = C_ш(t_ш - \theta) \;\Rightarrow\; \theta = \frac{1040 \cdot 35 + 200 \cdot 98}{1240} \approx 45{,}2°\text{C}.$$

А по условию $t_2 = 47°$C — теплее. Значит, греть пришлось меньше воды: часть вылилась. Пусть осталось m:

$$(c_в m + C_ш)(t_2 - t_1) = C_ш(t_ш - t_2) \;\Rightarrow\; c_в m = \frac{200 \cdot 51}{12} - 200 = 650 \text{ Дж/°C},$$

$m \approx 155$ г: вылилось $\Delta m \approx 45$ г.

3. Сколько выльет третий шарик. Масса шарика $m_ш = C_ш/c = 0{,}4$ кг, объём $V_ш = m_ш/\rho_ш \approx 51$ см^3. Второй шарик вытеснил больше, чем 45 см^3, — вода уже стоит вровень с краем. Третий шарик выльет весь свой объём, $\rho_0 V_ш \approx 51$ г, и останется $m' \approx 155 - 51 = 104$ г.



После второго шарика вода стоит вровень с краем, третий выливает весь свой объём.

4. Третий шарик. Нагреваются оставшаяся вода и два прежних шарика, остывает новый. Уравнение теплового баланса:

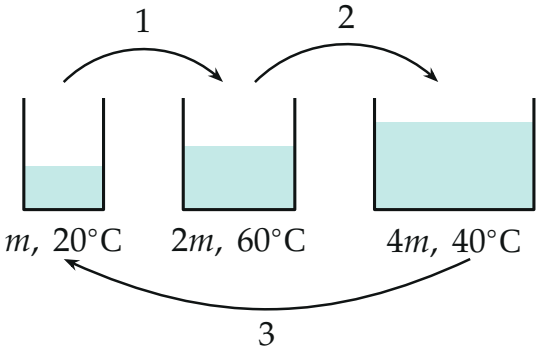
$$(c_в m' + 2C_ш)(t_3 - t_2) = C_ш(t_ш - t_3),$$

$$t_3 = \frac{(c_в m' + 2C_ш)\, t_2 + C_ш t_ш}{c_в m' + 3C_ш} = \frac{835 \cdot 47 + 200 \cdot 98}{1035} \approx 57°\text{C}.$$

Проверка. Единицы: (Дж/°C) · °C делим на Дж/°C — градусы. $47 < 57 < 98$. Не вылей третий шарик воды, вышло бы 55,2°C: чем меньше воды, тем сильнее она нагревается. Вылившаяся вода уносит свою теплоёмкость — без этого ответ неверен.

Ответ. $t_3 \approx 57°\text{C}$.

Пример 3. [ВсОШ 2021/22, региональный этап, 9 кл.] В трёх сосудах находится вода массой m, $2m$ и $4m$ при температуре $t = 20°\text{C}$, $3t = 60°\text{C}$ и $2t = 40°\text{C}$ соответственно. Порцию воды из первого сосуда переливают во второй. Затем такую же по массе порцию из второго сосуда переливают в третий. И в завершение такую же порцию из третьего сосуда переливают в первый. В результате в первом сосуде устанавливается равновесная температура $t_1 = 28°\text{C}$, а во втором — $t_2 = 54°\text{C}$. Определите новую температуру t_3 в третьем сосуде. Тепловыми потерями и теплоёмкостью сосудов можно пренебречь.



▲ **Решение. Что происходит.** Следить за каждым переливанием можно, но неизвестных много: масса порции и температуры после каждого

шага. Ключевое слово — «такую же по массе порцию»: каждый сосуд отдал одну порцию и получил одну, поэтому в конце в них снова m, $2m$ и $4m$. Конечное состояние известно целиком — пишем баланс для всей системы от начала до конца (метод 2).

1. Энергия воды. Внутреннюю энергию воды массы M при температуре τ отсчитаем от 0°C: $cM\tau$. Постоянная, которую мы отбросили, одна и та же до и после и сократится. Потерь нет, поэтому сумма $cM\tau$ по всей воде не меняется при любых переливаниях.

2. Уравнение для всей системы.

$$c\,(m\cdot 20 + 2m\cdot 60 + 4m\cdot 40) = c\,(m\cdot 28 + 2m\cdot 54 + 4m\,t_3),$$

$$300 = 136 + 4t_3 \quad\Rightarrow\quad t_3 = 41^\circ\text{C}.$$

То же в виде суммы изменений: $m(t_1-t)+2m(t_2-3t)+4m(t_3-2t)=0$. Первое слагаемое положительно — первый сосуд в итоге получил теплоту, второе отрицательно — второй отдал; знаки расставились сами.

Проверка. Второй способ — через массу порции x. После первого переливания во втором сосуде $2m$ воды при t_2, баланс: $2m(60-54) = x(54-20)$, $x = 6m/17$. Третий сосуд:

$$t_3 = \frac{4m\cdot 40 + x\cdot 54}{4m + x} \approx 41{,}1^\circ\text{C}$$

— почти совпадает: данные задачи согласованы лишь приближённо. Третий сосуд получил тёплую воду из второго, поэтому стал теплее 40°C.

Ответ. $t_3 = \dfrac{15t - t_1 - 2t_2}{4} = 41^\circ\text{C}.$

Как решать листок

Сложность 1–3 («смешали», «опустили в калориметр») — метод 1, одно уравнение баланса. «Такие же шарики», «деталь переносят» — метод 4: сначала отношение теплоёмкостей. Много тел или переливания — метод 2 для всей системы сразу. Есть лёд, пар или расплав — сначала метод 3: какое конечное состояние.